



Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2011-2012

Física

Sèrie 3

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

PART COMUNA

P1) El satèl·lit *Terra* de la NASA està dissenyat per a recollir dades sobre la superfície de la Terra, els oceans i l'atmosfera, amb l'objectiu d'estudiar la interrelació entre aquests medis i els sistemes biològics existents. El satèl·lit segueix una òrbita circumpolar (circular en el pla que passa pels dos pols) a 760 km de la superfície de la Terra i té una massa de $4,86 \times 10^3$ kg.

a) Quin és el període del moviment del satèl·lit en la seva òrbita?

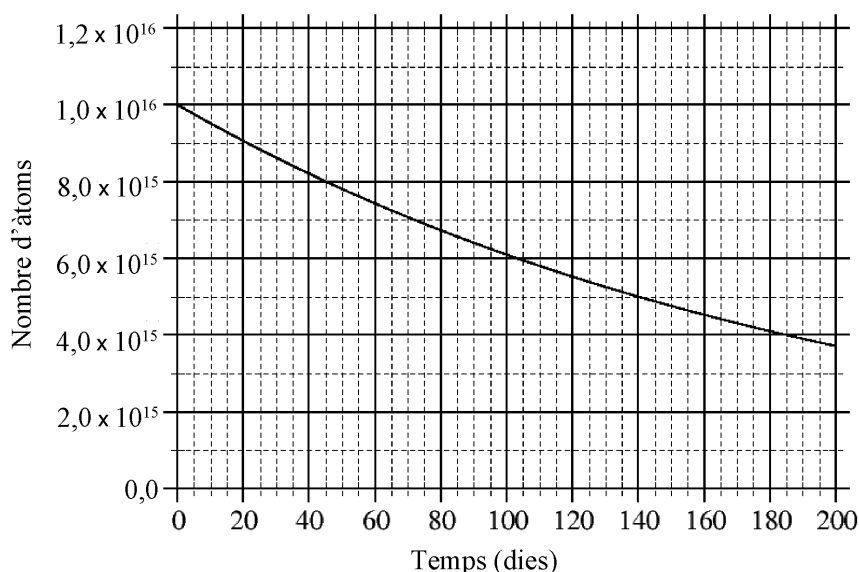
b) Calculeu l'energia necessària que hem de subministrar al satèl·lit per a enviar-lo a la seva òrbita, si és llançat des de la superfície de la Terra.

DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$;

$M_{\text{Terra}} = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$;

$R_{\text{Terra}} = 6,38 \times 10^6 \text{ m}$.

P2) Hem observat una mostra d'un isòtop radioactiu. El gràfic mostra l'evolució del nombre d'àtoms de l'isòtop durant 200 dies.



- Determineu el període de semidesintegració de l'isòtop. Quants àtoms quedaran al cap de tres períodes de semidesintegració?
- Sospitem que es tracta de poloni 210 ($Z=84$), un element emissor de radiació alfa. Escriviu la reacció nuclear de l'emissió alfa d'aquest isòtop.

DADES: Nombres atòmics i símbols d'alguns elements:

80	81	82	83	84	85	86
Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn

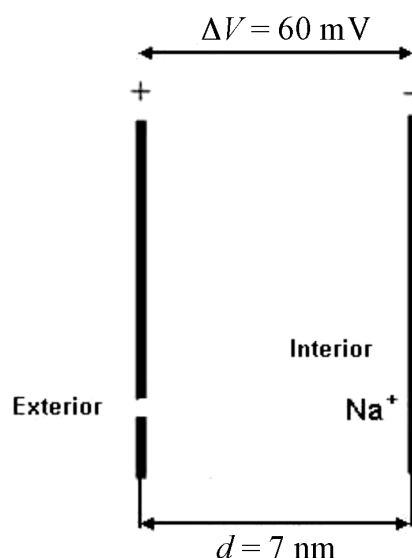
OPCIÓ A

P3) Molts processos vitals tenen lloc en les membranes cel·lulars i depenen bàsicament de l'estructura elèctrica d'aquestes.

La figura següent mostra l'esquema d'una membrana biològica.

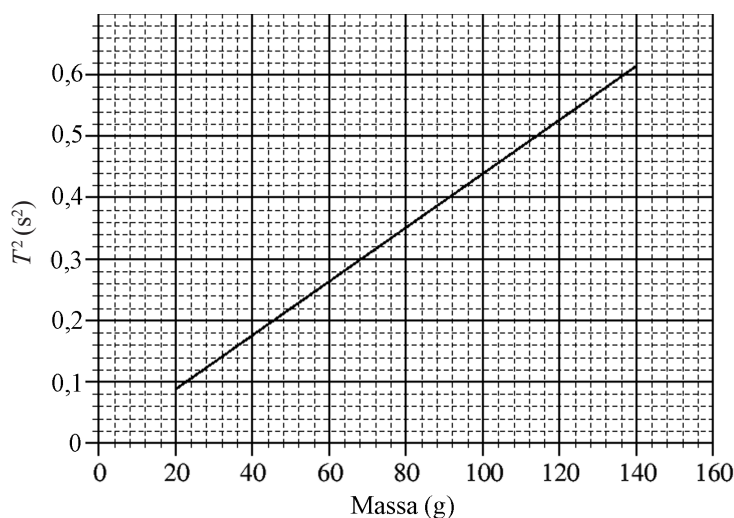
- Calculeu el camp elèctric, suposat constant, a l'interior de la membrana de la figura. Indiqueu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.
- Calculeu l'energia que es requereix per a transportar l'ió Na^+ de la cara negativa a la positiva.

DADES: $Q_{\text{Na}^+} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$.



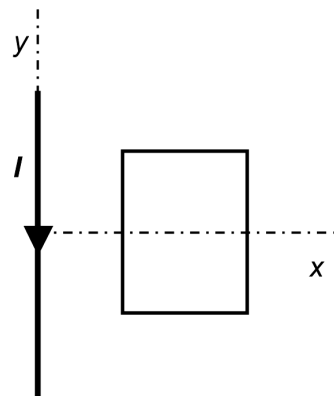
P4) Duem a terme l'experiència següent: pengem d'una molla fixada en un suport per un dels seus extrems set masses diferents, i provoquem que aquestes masses facin petites oscil·lacions i realitzin un MVHS. Mesurem amb molta cura el temps que triga a fer deu oscil·lacions cadascuna de les masses i, a partir d'aquí, obtenim els períodes (T) del moviment, el quadrat dels quals es representa en la gràfica.

- Calculeu la constant elàstica de la molla i expliqueu raonadament si depèn de la massa. Indiqueu el període que mesuraríem si provoquéssim les oscil·lacions amb una massa de 32,0 g.
- El MVHS que descriu la massa de 100 g que hem penjat de la molla té una amplitud de 10,0 cm. Calculeu l'elongació i l'acceleració que tindrà la massa quan hauran transcorregut 3,00 s des del moment en què l'hem deixat oscil·lar a partir del punt més baix de la trajectòria.

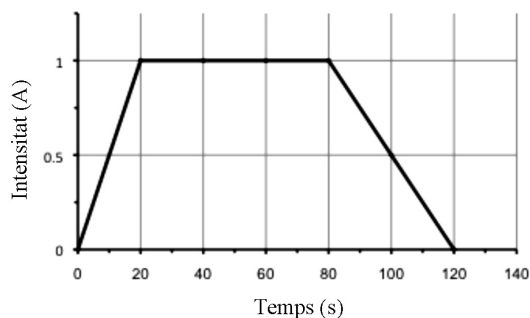


P5) Una espira rectangular es troba prop d'un fil conductor rectilini infinit pel qual circula una intensitat de corrent I cap avall, tal com mostra la figura.

- Si la intensitat de corrent I és constant, dibuixeu el camp magnètic creat pel fil conductor en la regió on es troba l'espira. Es tracta d'un camp magnètic constant? Justifiqueu la resposta.

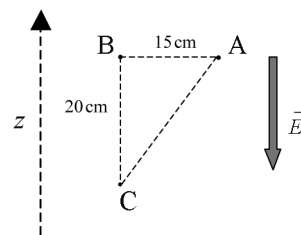


- Si el conductor i l'espira no es mouen, però la intensitat de corrent que circula pel conductor varia amb el temps tal com indica el gràfic, expliqueu raonadament si s'indueix o no corrent en l'espira en els intervals de temps següents: de 0 a 20 s, de 20 a 80 s i de 80 a 120 s. En quin dels tres intervals de temps el corrent induït és més gran? Justifiqueu la resposta.



OPCIÓ B

P3) En una regió de l'espai hi ha un camp elèctric constant de mòdul 500 N C^{-1} dirigit cap avall. Vegeu la figura, en què l'eix z representa la vertical.



a) Calculeu les diferències de potencial següents: $V_A - V_B$, $V_B - V_C$ i $V_A - V_C$.

b) Colloquem una partícula carregada, de massa $2,00 \text{ g}$, en el punt C i volem que es mantingui en equilibri. Calculeu quina càrrega i quin signe hauria de tenir aquesta partícula. Estarà en equilibri en algun altre punt d'aquesta regió? Justifiqueu les respostes.

DADA: $g = 9,80 \text{ m/s}^2$.

P4) Una ona transversal avança per una corda. L'emissor que la produeix vibra amb una freqüència de $25,0 \text{ Hz}$. Considereu que l'ona avança en el sentit positiu de l'eix x . El centre emissor està situat a l'origen de coordenades, i l'elongació en l'instant inicial és nul·la. Sabem que la distància entre dos punts consecutius que estan en el mateix estat de vibració és $24,0 \text{ cm}$ i que l'amplitud de l'ona és $3,00 \text{ cm}$. Calculeu:

a) La velocitat de l'ona, la freqüència angular (pulsació), el nombre d'ona i l'equació de l'ona.

b) La velocitat d'oscil·lació i l'acceleració d'un punt situat en $x = 6,00 \text{ m}$ en l'instant $t = 3,00 \text{ s}$.

P5) Un ciclotró que accelera protons té un camp magnètic de $9,00 \times 10^{-3} \text{ T}$, perpendicular a la velocitat dels protons, que descriuen una trajectòria circular de $0,50 \text{ m}$ de radi. Calculeu:

a) La freqüència del moviment circular dels protons en el ciclotró.

b) L'energia cinètica dels protons accelerats i la longitud d'ona de De Broglie que tenen associada.

DADES: $Q_{\text{protó}} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$;
 $m_{\text{protó}} = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$;
 $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J s}$.



Física curs 2011-2012

Sèrie 3

P1)

- a) La força d'atracció gravitatòria és igual a la força centrípeta necessària perquè el satèl·lit giri en la seva òrbita: [0.2]

$$\frac{GM_T m_s}{(R_T + h)^2} = m_s \omega^2 (R_T + h) \text{ [0.4]} = m_s \frac{4\pi^2}{T^2} (R_T + h)$$

Per tant el període del satèl·lit serà:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 (R_T + h)^3}{GM_T}} \text{ [0.2]} = 6,00 \times 10^3 \text{ s [0.2]}$$

- b) Suposant que la fricció és menyspreable, podem aplicar el principi de conservació de l'energia:

$$\left. \begin{aligned} \frac{GM_T m_s}{(R_T + h)^2} &= m_s \frac{v^2}{(R_T + h)} \\ (E_c + E_p)|_{\text{òrbita}} &= \frac{1}{2} m_s v^2 - \frac{GM_T m_s}{(R_T + h)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$(E_c + E_p)|_{\text{òrbita}} = -\frac{1}{2} \frac{GM_T m_s}{(R_T + h)} \text{ [0.2]}$$

$$(\Delta E + E_p)|_{\text{superfície de la Terra}} = (E_c + E_p)|_{\text{òrbita}} = -\frac{1}{2} \frac{GM_T m_s}{(R_T + h)} \text{ [0.2]}$$

Per tant:

$$\Delta E|_{\text{superfície de la Terra}} = E_m|_{\text{òrbita}} - E_p|_{\text{superfície de la Terra}} \text{ [0.2]} \Rightarrow$$

$$\Delta E|_{\text{superfície de la Terra}} = -\frac{1}{2} \frac{GM_T m_s}{(R_T + h)} + \frac{GM_T m_s}{R_T} \text{ [0.2]} \Rightarrow$$

$$\Delta E|_{\text{superfície de la Terra}} = \text{Energia necessària per posar el satèl·lit en òrbita} =$$

$$GM_T m_s \frac{R_T + 2h}{2(R_T + h) R_T} = 1.68 \times 10^{11} \text{ J [0.2]}$$

P2)

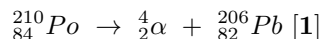
- a) A partir de l'observació de la gràfica veiem que als 140 dies el nombre d'àtoms radioactius s'ha reduït a la meitat. Per tant el període de semidesintegració serà: $t_{1/2} = 140$ dies [0.4]

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} \text{ [0.4]}$$

Per tant per $t = 3 t_{1/2}$ tindrem:

$$N(t = 3t_{1/2}) = N_0 e^{-3 \ln 2} = 1.25 \times 10^{15} \text{ àtoms [0.2]}$$

- b) La reacció nuclear serà:



També considerem vàlida la resposta on enlloc de α s'escriu He.

Opció A
P3)

a)

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{60 \times 10^{-3}}{7 \times 10^{-9}} = 8,57 \times 10^6 \text{ N/C o V/m [0.5]}$$

Direcció: perpendicular a les plaques [0.2] Sentit: cap a la placa negativa [0.3]

b) Hem de realitzar un treball en contra del camp:

$$\Delta E = Q \Delta V = 1.60 \times 10^{-19} \cdot 60 \times 10^{-3} = 9,60 \times 10^{-21} \text{ J [1]}$$

P4)

a) En un M.V.H.S. tenim:

$$\vec{F} = m \vec{a} \Rightarrow -k y = m(-\omega^2 y) \Rightarrow k = m \frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{k} m \text{ [0.2]}$$

per tant el pendent de la recta que representem és $\frac{4\pi^2}{k}$ [0.2], que passa per l'origen de coordenades. A partir de la gràfica veiem que per $m=100 \text{ g}$, aproximadament tenim $T^2=0,44 \text{ s}^2$ d'aquí podem deduir que:

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0.1}{0,44} = 8,97 \text{ N/m [0.4]}$$

Si fem la mesura per $m = 32 \text{ g}$, llegint directament de la gràfica veiem que $T^2 = 0,14 \text{ s}^2$; per tant $T = 0,37 \text{ s}$; si ho fem a partir del valor de la k tindrem:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0.38 \text{ s [0.2]}$$

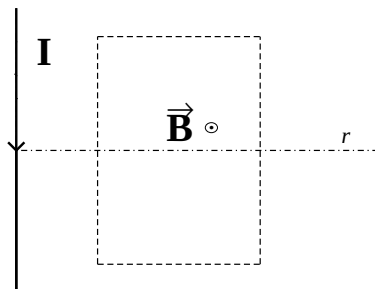
b) Per les condicions que ens diu el problema la posició de la massa obeïx la següent equació:

$$y(t) = A \cos(\omega t + \pi) \Rightarrow v(t) = -A\omega \sin(\omega t + \pi) \Rightarrow a(t) = -A\omega^2 \cos(\omega t + \pi) = -\omega^2 y(t) \text{ [0.4]}$$

$A = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$, $T^2(m = 100 \text{ g}) = 0.44 \text{ s}^2$ [0.2] $\rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 9.47 \text{ rad/s [0.2]}$ $y(t = 3 \text{ s}) = 9,91 \times 10^{-2} \text{ m}$; $a(t = 3 \text{ s}) = -8,89 \text{ m/s}^2$ [0.2]

P5)

- a) A qualsevol punt de l'espai, les línies de camp magnètic produït pel corrent que circula per un fil recte i llarg són tangents a un cercle de radi r centrat en el fil, on r és la distància del fil a on considerem el camp. [0.4]



Tal com indica la figura el camp magnètic serà perpendicular i sortint cap en fora del paper. [0.4]

El valor del camp magnètic no és constant sinó que és inversament proporcional a r [0.2]

- b) Es produeix corrent induït en una espira quan el flux del camp magnètic varia amb el temps. [0.4]

Per tant, es produirà corrent en els intervals de temps de 0-20 s i de 80-120 s, ja que en aquests intervals de temps el camp magnètic produït pel corrent varia perquè aquest corrent que l'indueix varia amb el temps. [0.4].

Dels dos intervals de temps esmentats el que correspon de 0-20 s, produirà un corrent més gran, ja que la derivada en funció del temps és més gran i per tant la derivada del flux magnètic també serà més gran. [0.2]

Opció B

P3)

- a) $V(A) - V(B) = 0$ [0.2], ja que $\vec{E}$ és perpendicular al camí $\vec{AB}$, [0.1]
 $V(B) - V(C) = -\vec{E} \cdot \vec{CB} = |\vec{E}| \cdot |\vec{CB}| = 500 \cdot 0.2 = 100V$ [0.3]
 $V(A) - V(C) = V(A) - V(B) + V(B) - V(C) = 100V$ [0.4]

- b) Per què es mantingui en equilibri la força elèctrica haurà de compensar exactament el pes, [0.2] per tant la càrrega haurà de ser negativa [0.2].

$$q E = m g \Rightarrow q = \frac{mg}{E} = 3,92 \times 10^{-5} \text{ C} \text{ [0.2]}$$

La càrrega estarà en equilibri en qualsevol punt de l'espai on existeixi aquest camp elèctric, ja que aquest és uniforme i per tant la força que exerceix sobre les càrregues elèctriques també és constant. [0.4]

P4)

$$a) \nu = 25 \text{ Hz}, \lambda = 0,24 \text{ m}, [0.1] \quad v = \lambda \nu = 6,00 \text{ m/s} [0.2] \quad \omega = 2\pi\nu = 157 \text{ rad/s} [0.1]$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 26,2 \text{ m}^{-1} [0.2]$$

Solució general (pot ser amb sinus o cosinus, però el signe de kx ha de ser negatiu):

$$y(x,t) = A \sin(\omega t - kx + \phi) [0.1]$$

Condicions inicials: $y(0,0) = 0 \Rightarrow \phi = 0, [0.1]$ per tant:

$$y(x,t) = 0.03 \sin\left[50\pi\left(t - \frac{x}{6}\right)\right] \quad y \text{ en m, } t \text{ en s i } x \text{ en m,} [0.2]$$

També és vàlida la solució:

$$y(x,t) = A \cos(\omega t - kx + \phi), \text{ amb } \phi = \pm \frac{\pi}{2}$$

b)

$$v(x,t) = \frac{dy}{dt} = 1.5\pi \cos\left[50\pi\left(t - \frac{x}{6}\right)\right], [0.3]$$

$$v(x=6, t=3) = 1.5\pi \cos(100\pi) = 1.5\pi = 4,71 \text{ m/s} [0.2]$$

$$a(x,t) = \frac{dv}{dt} = -75\pi^2 \sin\left[50\pi\left(t - \frac{x}{6}\right)\right], [0.3]$$

$$a(x=6, t=3) = -75\pi^2 \sin(100\pi) = 0,00 [0.2]$$

P5)

a) La força magnètica de Lorenz és la que proporciona la força centrípeta necessària per a fer girar els protons: [0.2]

$$q v B = m \frac{v^2}{r} [0.2]$$

$$q B = m \frac{v}{r} = m \omega = m 2\pi\nu [0.2]$$

$$\nu = \frac{qB}{m2\pi} = \frac{1,60 \times 10^{-19} \text{ C} \times 9 \times 10^{-3} \text{ T}}{2\pi \times 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}} = 1,37 \times 10^5 \text{ Hz} [0.4]$$

b)

$$v = \omega r = 2\pi\nu r [0.25]$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = m 2(\pi\nu r)^2 = 1,55 \times 10^{-16} \text{ J} [0.25]$$

La longitud associada de De Broglie serà:

$$\lambda = \frac{h}{mv} [0.25] = \frac{h}{2\pi\nu r m} = 9,21 \times 10^{-13} \text{ m} [0.25]$$