



Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2012-2013

Física

Sèrie 3

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

PART COMUNA

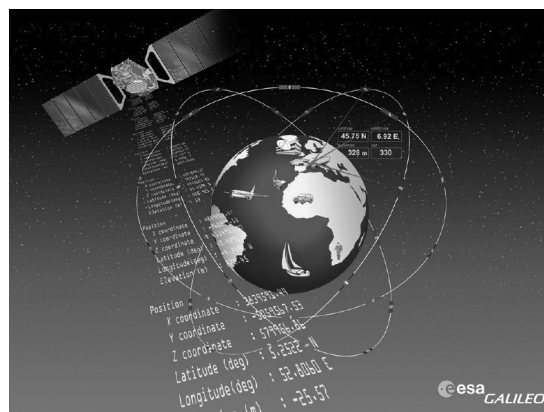
P1) El sistema de navegació europeu Galileu estarà format per trenta satèl·lits distribuïts en tres plans orbitals a $2,36 \times 10^4$ km d'altura sobre la Terra, i cada un d'ells descriurà una òrbita circular. Calculeu:

- Quin període de rotació tindran aquests satèl·lits?
- Quina serà la velocitat orbital dels satèl·lits?

DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

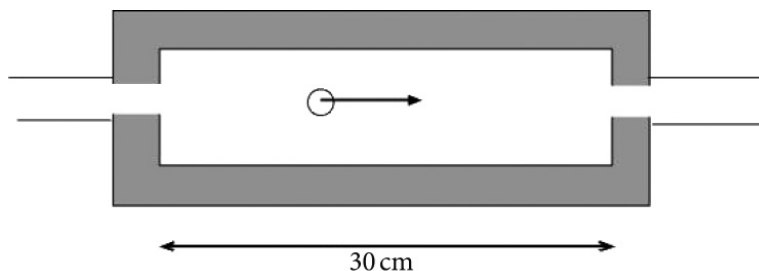
$$R_{\text{Terra}} = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$$

$$M_{\text{Terra}} = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$$



Esquema de les òrbites dels satèl·lits Galileu

- P2)** A la cambra acceleradora de la figura, de 30,0 cm de llargària, els electrons entren per l'esquerra i surten per la dreta. Mentre estan dins la cambra es mouen amb un MRUA (moviment rectilini uniformement accelerat), amb una acceleració cap a la dreta de $1,20 \times 10^{13} \text{ m s}^{-2}$. En aquesta situació, es poden negligir les forces gravitatòries i els efectes relativistes.



- Calculeu el camp elèctric a l'interior de la cambra acceleradora. Indiqueu-ne també la direcció i el sentit.
- Quina diferència de potencial hi ha entre les parets esquerra i dreta de la cambra? Quina està a un potencial més alt? Quanta energia guanya cada electró que travessa la cambra?

DADES: $Q_{\text{electró}} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
 $m_{\text{electró}} = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

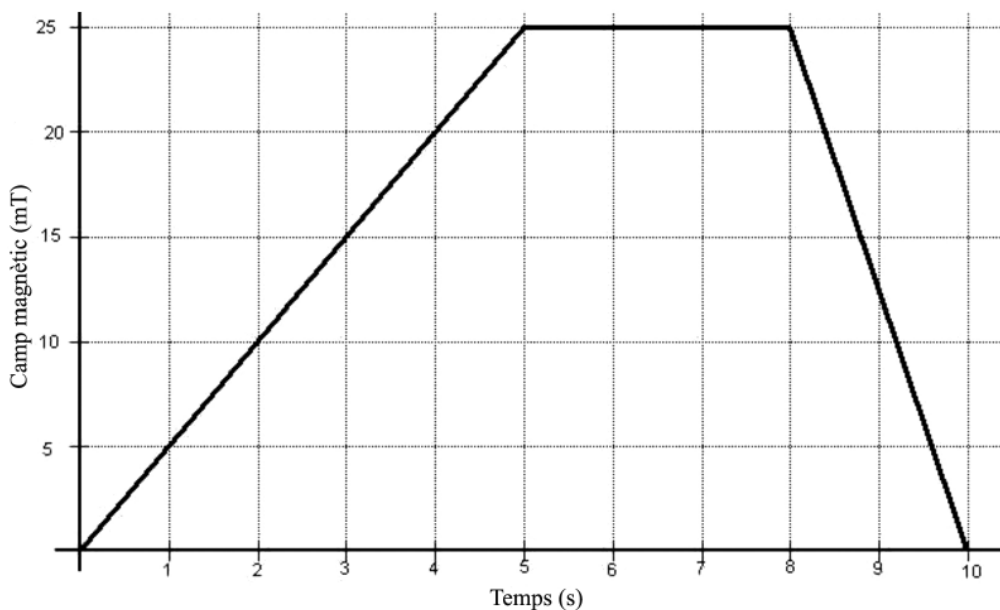
OPCIÓ A

- P3)** En una experiència, enviem radiació ultraviolada contra una placa de plom i produïm efecte fotoelèctric. Els electrons que es desprenen de la placa són frenats totalment per una diferència de potencial elèctric que depèn de la longitud d'ona de la radiació ultraviolada incident. A partir de les mesures efectuades sabem que quan la longitud d'ona és $1,50 \times 10^{-7} \text{ m}$, la diferència de potencial que frena els electrons és de 4,01 V, i quan la longitud d'ona és $1,00 \times 10^{-7} \text{ m}$, la diferència de potencial de frenada és de 8,15 V. Calculeu:

- Per a cada longitud d'ona, la velocitat màxima amb què els electrons són extrets de la placa de plom.
- L'energia mínima (funció de treball) necessària per a extreure un electró de la placa de plom. Determineu la constant de Planck a partir d'aquestes dades.

DADES: $Q_{\text{electró}} = -1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
 $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
 $m_{\text{electró}} = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

- P4)** Un camp magnètic penetra perpendicularment en una bobina de 2 000 espires quadrades i 2,5 cm de costat. Aquest camp varia tal com mostra la figura següent:



- Determineu l'equació que relaciona el flux magnètic que passa a través de la bobina amb el temps en dos dels intervals (de 0,0 a 5,0 s i de 5,0 a 8,0 s) que es veuen en la figura.
- Calculeu la tensió induïda (FEM) a la bobina en cada un dels intervals: de 0,0 a 5,0 s, de 5,0 a 8,0 s i de 8,0 a 10,0 s, que es veuen en la figura.

- P5)** Les sis cordes d'una guitarra vibren entre dos punts fixos (el pont i la celleta). Per a certes freqüències de vibració de la corda es generen ones estacionàries entre tots dos extrems. Si la guitarra està afinada, la vibració de la primera corda en el mode fonamental correspon a la nota mi, de 330 Hz.

- Determineu la longitud d'ona del mode fonamental, si la longitud de la corda són 65,0 cm, i calculeu també la velocitat de propagació de les ones que, per superposició, generen l'ona estacionària.
- Si un espectador situat a 3,0 m de distància de la guitarra percep una sensació sonora de 30 dB, quina sensació sonora percebrà si sonen tres guitarres idèntiques tocant la mateixa nota?

DADA: Intensitat llindar, $I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$

OPCIÓ B

P3) El poloni 210 és un emissor de partícules α que es troba a la natura i que també es pot obtenir en laboratoris nuclears a partir del bombardeig del bismut 209 amb neutrons. El període de semidesintegració són 138 dies.

- a) Escriviu la reacció de desintegració del poloni 210 si sabem que, en desintegrar-se, produeix un isòtop del plom. Quina és la constant de desintegració del poloni 210?
- b) Si una mostra conté 5 mg de poloni 210, quina quantitat de poloni 210 quedarà després de 20 dies?

DADES: Nombres atòmics i símbols químics del poloni $Z(\text{Po}) = 84$ i del plom $Z(\text{Pb}) = 82$

P4) Disposem d'una massa lligada a una molla que fa un moviment harmònic simple. Sabem que a l'instant inicial la seva posició i velocitat són $x = 1,00 \text{ m}$ i $v = -5,44 \text{ m s}^{-1}$, i que les energies cinètica i potencial en aquest mateix instant són $E_k = 12,00 \text{ J}$ i $E_p = 4,00 \text{ J}$. Calculeu:

- a) La constant de recuperació de la molla i el valor de la massa del cos que fa el moviment, així com l'energia mecànica total del sistema.
- b) L'amplitud, la freqüència angular i la fase inicial del moviment harmònic que fa la massa. Escriviu l'equació del moviment resultant.

P5) Un petit generador està format per una bobina de 200 espires que pot girar tallant les línies del camp magnètic d'un imant fix. La superfície del quadrat que forma la bobina i que és travessat per les línies del camp magnètic de manera perpendicular en el moment en què el flux és màxim, té 16 cm^2 . L'imatge crea un camp magnètic constant de $2 \times 10^{-4} \text{ T}$ en la zona que travessa la bobina i aquesta gira amb una freqüència de 25 Hz.

- a) Representeu la força electromotriu generada en funció del temps per un període complet. Assenyaleu clarament en la gràfica els valors extrems d'aquesta força electromotriu i el valor del temps en què es donen.
- b) Enviem el corrent generat en un dispositiu similar al de l'apartat anterior al primari d'un transformador que té 10 voltes. Suposem que la FEM eficaç que arriba a aquest primari és de 0,05 V. Calculeu el nombre de voltes que són necessàries en el secundari per a obtenir 2,5 V eficaços. Calculeu també la intensitat eficaç que ha d'arribar al primari per tal que en el secundari hi circulin 20 mA.



SÈRIE 3

P1)

a)

$$\frac{GM_T m_s}{(h + R_T)^2} = m_s \omega^2 (h + R_T) = m_s \frac{4\pi^2}{T^2} (h + R_T) \quad \boxed{0.2} \Rightarrow$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 (h + R_T)^3}{GM_T} \quad \boxed{0.1} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{(h + R_T)^3}{GM_T}} \quad \boxed{0.1} = 2\pi \sqrt{\frac{(3,00 \times 10^7)^3}{6,67 \times 10^{-11} \cdot 5,98 \times 10^{24}}} = 5,17 \times 10^4 \text{s} = 14,4 \text{h} \quad \boxed{0.6}$$

b)

$$v = \omega (h + R_T) = \frac{2\pi}{T} (h + R_T) \quad \boxed{0.5} = 3,65 \times 10^3 \text{ m/s} = 3,65 \text{ km/s} \quad \boxed{0.5}$$

P2)

a)

$$\vec{F} = \vec{\mathcal{E}} q = m \vec{a} \quad \boxed{0.5} \Rightarrow \vec{\mathcal{E}} = \frac{m \vec{a}}{q} = \frac{9,11 \times 10^{-31} \text{kg} \cdot 1,20 \times 10^{13} \text{m/s}^2 \vec{i}}{-1,60 \times 10^{-19} \text{C}} = -68,3 \vec{i} \text{ N/C} \text{ ó V/m} \quad \boxed{0.5}$$

b) Al ser el camp elèctric constant:

$$\Delta V = -\vec{\mathcal{E}} \Delta \vec{r} \quad \boxed{0.2} = -(-68,3 \vec{i})(0,3 \vec{i}) = 20,5 \text{V} \quad \boxed{0.2}$$

El potencial més alt serà a la part dreta de la càmera 0.2

$$\Delta E = \Omega = -\Delta V q = -20,5 (-1,60 \times 10^{-19}) = 3,28 \times 10^{-18} \text{ J} = 20,5 \text{ eV} \quad \boxed{0.4}$$

Opció A P3)

- a) Els electrons son frenats pel camp elèctric, transformant la seva energia cinètica en energia potencial elèctrica: **0.2**

$$\Delta E_c = \Delta E_p \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = |e|\Delta V \quad \mathbf{0.2}$$

$$v = \sqrt{\frac{2|e|\Delta V}{m}} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} v_1 = \sqrt{\frac{2 \times 1,60 \times 10^{-19} \times 4,01}{9,11 \times 10^{-31}}} = 1,19 \times 10^6 \text{ m/s} & \mathbf{0.3} \\ v_2 = \sqrt{\frac{2 \times 1,60 \times 10^{-19} \times 8,15}{9,11 \times 10^{-31}}} = 1,69 \times 10^6 \text{ m/s} & \mathbf{0.3} \end{cases}$$

b)

El balanç energètic en l'efecte fotoelèctric és:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = W_0 + E_c \quad \mathbf{0.1} = W_0 + |e|\Delta V \quad \mathbf{0.1}$$

Per tant

$$\left. \begin{aligned} \frac{hc}{\lambda_1} &= W_0 + |e|\Delta V_1 \\ \frac{hc}{\lambda_2} &= W_0 + |e|\Delta V_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mathbf{0.1} h \left\{ \frac{c}{\lambda_1} - \frac{c}{\lambda_2} \right\} = |e| \{ \Delta V_1 - \Delta V_2 \} \quad \mathbf{0.1} \Rightarrow$$

$$h = \frac{|e|}{c} \frac{\Delta V_1 - \Delta V_2}{\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}} = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J s} \quad \mathbf{0.3}$$

Per altre banda, substituint en una les equacions anteriors:

$$W_0 = \frac{hc}{\lambda_1} - |e|\Delta V_1 = 6,82 \times 10^{-19} \text{ J} \quad \mathbf{0.3}$$

P4)

- a) La superfície de una sola espira és:

$$s = 0,025^2 = 6,25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \quad \mathbf{0.1}$$

El flux del camp magnètic que travessa la bobina, l'escriurem com:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos 0 = B \cdot S \quad \mathbf{0.2}$$

on S serà:

$$S = 2000 \cdot s = 1,25 \text{ m}^2 \quad \mathbf{0.1}$$

A partir de la lectura de la gràfica podem escriure:

$$B(t)_{t \in [0,5]} = \frac{25 - 0}{5 - 0} \cdot 10^{-3} \cdot t \text{ T} \quad \mathbf{0.1} \Rightarrow \Phi(t)_{t \in [0,5]} = 6,25 \cdot 10^{-3} \cdot t \text{ Wb} \quad \mathbf{0.2}$$

$$B(t)_{t \in [5,8]} = 25 \cdot 10^{-3} \text{ T} \quad \mathbf{0.1} \Rightarrow \Phi(t)_{t \in [5,8]} = 31,3 \cdot 10^{-3} \text{ Wb} \quad \mathbf{0.2}$$

b)

$$\varepsilon(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{dB}{dt} \cdot S \quad \mathbf{0.4}$$

$$\varepsilon(t)_{t \in [0,5]} = -6,3 \cdot 10^{-3} \text{ V} \quad \mathbf{0.2}$$

$$\varepsilon(t)_{t \in [5,8]} = 0 \text{ V} \quad \mathbf{0.2}$$

$$\varepsilon(t)_{t \in [8,10]} = 16 \cdot 10^{-3} \text{ V} \quad \boxed{0.2}$$

Es considerarà igualment correcte si la $\varepsilon(t)$ del primer tram es positiva i la del últim es negativa. També es considerarà igualment correcte si es realitza el càlcul sense la utilització del càlcul diferencial i es duu a terme considerant al quocient de les variacions:

$$\varepsilon = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

P5)

- a) El mode fonamental (1^{er} harmònic) correspon a aquell on la longitud d'ona és el doble de la longitud de la corda:

$$\lambda_0 = 2 L = 1,30 \text{ m} \quad \boxed{0.5}$$

La velocitat de propagació és:

$$v = \lambda_0 \nu_0 = 1,3 \cdot 330 = 429 \text{ m/s} \quad \boxed{0.5}$$

- b) Per $d = 3 \text{ m}$ tenim $\beta = 30 \text{ dB}$, si I_1 és la intensitat sonora de una guitarra $\Rightarrow$

$$\beta_1 = 10 \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right) = 30 \text{ dB} \quad \boxed{0.2}$$

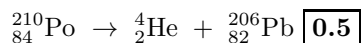
Per tres guitarres: $I_3 = 3 I_1$ 0.2 i la sensació sonora serà:

$$\beta_3 = 10 \log \left(\frac{I_3}{I_0} \right) = 10 \log \left(\frac{3 I_1}{I_0} \right) = 10 \left[\log 3 + \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right) \right] \Rightarrow$$

$$\beta_3 = 10 \log(3) + 10 \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right) = 10 \log(3) + 30 = 35 \text{ dB} \quad \boxed{0.6}$$

Opció B
P3)

- a) La reacció nuclear del $^{210}_{84}\text{Po}$, serà:



També considerem vàlida la resposta on en lloc del He i posem α

Podem escriure la llei de desintegració com:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Per altre banda:

$$N(t = t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} \quad \boxed{0.2} \Rightarrow e^{\lambda t_{1/2}} = 2 \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 5,02 \cdot 10^{-3} \text{ dies}^{-1} = 5,81 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1} \quad \boxed{0.3}$$

- b) La llei de desintegració també la podem escriure:

$$\frac{m(t)}{m_A} N_A = \frac{m_0}{m_A} N_A e^{-\lambda t} \quad \boxed{0.1} \Rightarrow m(t) = m_0 e^{-\lambda t} \quad \boxed{0.2}$$

Per tant:

$$m(t = 20 \text{ dies}) = 5 \text{ mg } e^{-5,02 \cdot 10^{-3} \cdot \text{dies}^{-1} \cdot 20 \text{ dies}} = 4,52 \text{ mg} \quad \boxed{0.7}$$

O sigui ens quedaran: 4.52 mg

P4)

- a) L'energia potencial d'un moviment vibratori harmònic és $E_p = \frac{1}{2} k x^2$ $\boxed{0.1}$, per tant:

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2 \Rightarrow 4 = \frac{1}{2} k 1^2 \Rightarrow k = 8,00 \text{ N/m} \quad \boxed{0.2}$$

Per altre banda tindrem:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 12 = \frac{1}{2} m (5,44)^2 \Rightarrow m = \frac{24}{5,44^2} = 8,11 \cdot 10^{-1} \text{ kg} \quad \boxed{0.2}$$

Per l'energia total tinrem:

$$E = E_p + E_c = 12 + 4 = 16 \text{ J} \quad \boxed{0.5}$$

- b) La freqüència angular del moviment és $\omega^2 = k/m$ $\boxed{0.1}$ i per tant

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{8}{0,811}} = 3,14 \text{ rad/s} \quad \boxed{0.1}$$

L'amplitud surt de l'expressió de la energia total del moviment:

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \quad \boxed{0.1} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2E}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 16}{8}} = 2,00 \text{ m} \quad \boxed{0.1}$$

Per trobar la fase inicial hem d'anar a les condicions inicials, tot tenint present que l'equació general del moviment harmònic simple és

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad \boxed{0.1}$$

(També considerem correcte les expressions si partim de la elongació amb la funció sinus) i, per tant, a $t = 0$ resulta $x = A \cos \varphi$, $v = -A\omega \sin \varphi$. Amb $x(0) = 1 \text{ m}$ i $v(0) = -5,44 \text{ m/s}$, i els valor anteriors, obtenim

$$1 = 2 \cos \varphi ; -5,44 = -2 \cdot 3,14 \sin \varphi \Rightarrow \cos \varphi = 0,5 ; \sin \varphi = 0,86 \Rightarrow \tan \varphi = \frac{0,86}{0,5} \quad \boxed{0.1} \Rightarrow$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{0.86}{0.5}\right) = 1.04 \text{ rad} \quad \boxed{0.1}$$

Per tant l'equació del moviment és:

$$x(t) = 2 \cos(3.14 \text{ rad/s } t + 1.04 \text{ rad}) \text{ m} \quad \boxed{0.3}$$

P5)

- a) La superfície d'una espira és: $s_0 = 16 \text{ cm}^2 = 1.6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$, per tant la superfície total que genera el flux magnètic en al bobina és: $S_0 = 200 s_0 = 3.2 \cdot 10^{-1} \text{ m}^2$ $\boxed{0.1}$. La superfície efectiva que travessa el camp magnètic és:

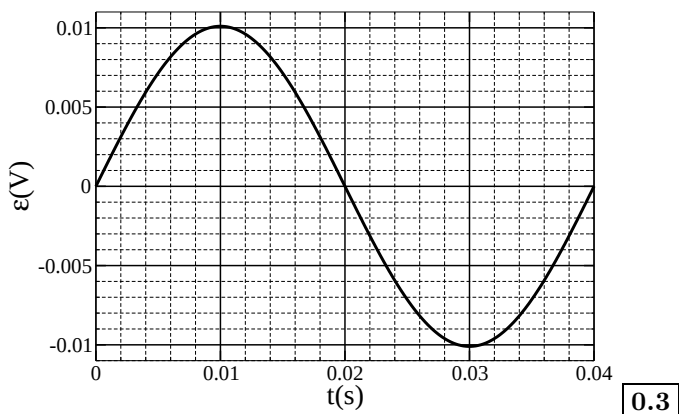
$$S(t) = S_0 \cos(\omega t) = S_0 \cos(2\pi\nu t) \quad \boxed{0.1}$$

Per tant el flux que travessa la bobina en funció del temps serà:

$$\Phi = B S(t) = B S_0 \cos(2\pi\nu t) \quad \boxed{0.1}$$

La fem generada serà:

$$\varepsilon(t) = -\frac{d\Phi}{dt} \quad \boxed{0.1} = 2\pi\nu B S_0 \sin(2\pi\nu t) \quad \boxed{0.1} = 1.01 \cdot 10^{-2} \sin(50\pi t) \text{ V} \quad \boxed{0.2}$$



- b) L'expressió que lliga les voltes del primari i el secundari amb les seves respectives diferències de potencial és:

$$\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_s} = \frac{N_p}{N_s} \quad \boxed{0.2} \Rightarrow N_s = \frac{N_p \varepsilon_s}{\varepsilon_p} = \frac{10 \cdot 2.5}{0.05} = 500 \text{ voltes} \quad \boxed{0.3}$$

Per altre banda la potència transmesa en el primari ha de ser igual a la obtinguda al secundari, per tant:

$$\varepsilon_p i_p = \varepsilon_s i_s \quad \boxed{0.2} \Rightarrow i_p = \frac{i_s \cdot \varepsilon_s}{\varepsilon_p} = \frac{20 \cdot 10^{-3} \cdot 2.5}{0.05} = 1.0 \text{ A} \quad \boxed{0.3}$$