



Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2012-2013

Física

Sèrie 4

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

PART COMUNA

P1) Ceres és el planeta nan més petit del Sistema Solar i durant molts anys va ser considerat un asteroide, ja que està situat en el cinturó que hi ha entre Mart i Júpiter. Ceres té un període orbital al voltant del Sol de 4,60 anys, amb una massa de $9,43 \times 10^{20}$ kg i un radi de 477 km. Calculeu:

- Quin és el valor de la intensitat de camp gravitatori que Ceres crea a la seva superfície? Quina és la velocitat i l'energia mecànica mínima d'una nau espacial que, sortint de la superfície, escapés totalment de l'atracció gravitatòria del planeta?
- La distància mitjana entre Ceres i el Sol, tenint en compte que la distància mitjana entre la Terra i el Sol mesura $1,50 \times 10^{11}$ m i que el període orbital de la Terra al voltant del Sol és d'un any.

DADA: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$



- P2)** En la vida quotidiana estem sotmesos a moviments vibratoris. Per exemple, en caminar, córrer, viatjar amb algun mitjà de locomoció o estar a prop d'alguna màquina. A l'hora de dissenyar vehicles i màquines, cal fer un estudi d'aquests moviments per tal d'aconseguir que siguin confortables i segurs, ja que els efectes de les vibracions poden anar des de simples molèsties fins al dolor o la mort.

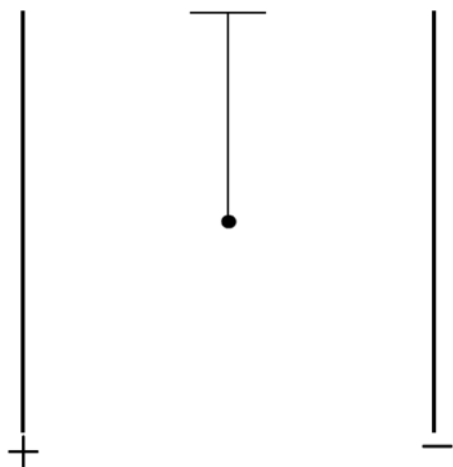
Aquests estudis solen utilitzar l'acceleració màxima del moviment vibratori com a variable, per a relacionar-la amb les molèsties que percebem.

Se sap que som molt sensibles a un moviment vibratori de 6,0 Hz i que, amb aquesta freqüència, a partir d'una acceleració màxima de $6,0 \text{ m s}^{-2}$, les molèsties són tan fortes que ens poden arribar a almar.

- Calculeu l'amplitud d'oscil·lació que correspon a un moviment vibratori harmònic de 6,0 Hz i una acceleració màxima de $6,0 \text{ m s}^{-2}$.
- Calculeu el valor de la constant elàstica d'una molla per tal que una massa de 85 kg que hi estigui enganxada oscilli amb una freqüència de 6,0 Hz.

OPCIÓ A

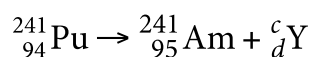
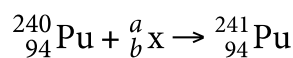
- P3)** Entre les dues làmines de la figura, separades una distància $d = 3,0 \text{ m}$, tenim un camp elèctric uniforme de $1,5 \times 10^3 \text{ N C}^{-1}$.



En el centre de l'espai limitat per les dues làmines posem una lentia metàl·lica carregada, penjada d'un fil. Tenint en compte que la longitud del fil és de 1,5 m, que la càrrega de la lentia és de $Q = -5,0 \times 10^{-5} \text{ C}$ i que té una massa $m = 12 \text{ g}$:

- Representeu les forces que actuen sobre la lentia en el punt d'equilibri i calculeu l'angle que forma el fil amb la vertical en l'equilibri.
- Calculeu la diferència de potencial entre la posició d'equilibri i la posició vertical.

- P4)** L'americi (Am) és l'element de nombre atòmic 95. Els primers àtoms d'americi $^{241}_{95}\text{Pu}$ van ser produïts el 1944 per Glenn Theodore Seaborg i els seus col·laboradors fent servir un seguit de reaccions nuclears a partir del plutoni (Pu). A continuació, es mostren, incompletes, les dues últimes etapes del procés:

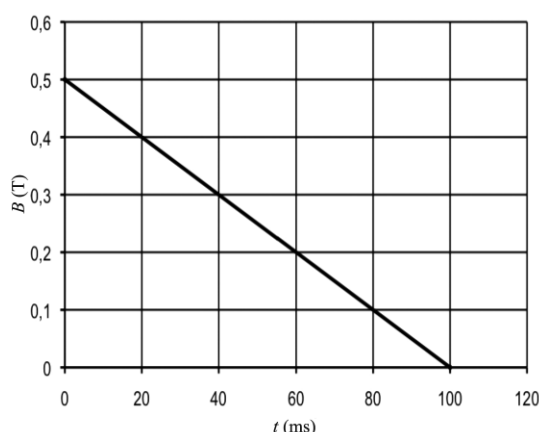


Glenn Theodore Seaborg

- Determineu els valors dels coeficients a , b , c i d . Quin nom té la partícula que el Pu-240 ha capturat en la primera reacció? Com s'anomena la desintegració descrita en la segona reacció?
- Calculeu el percentatge de nuclis de Am-241 que s'han desintegrat des del 1944 fins ara.

DADA: Període de semidesintegració de l'americi 241, $t_{1/2} = 432$ anys

- P5)** Una espira circular de 4,0 cm de radi es troba en repòs en un camp magnètic constant de 0,50 T que forma un angle de 60° respecte de la normal a l'espira.

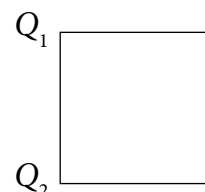


- Calculeu el flux magnètic que travessa l'espira. S'indueix una força electromotriu en l'espira dins el camp magnètic? Justifiqueu la resposta.
- En un moment determinat el camp magnètic disminueix tal com mostra la figura. Calculeu la força electromotriu induïda en l'espira.

OPCIÓ B

- P3)** En el quadrat de la figura, de 2,00 m de costat, hi ha dues càrregues $Q_1 = 9,00 \mu\text{C}$ i $Q_2 = -9,00 \mu\text{C}$ en els vèrtexs de l'esquerra.

- Determineu la intensitat del camp elèctric en el centre del quadrat.
- En el centre del quadrat hi situem una tercera càrrega $Q_3 = 7,00 \mu\text{C}$. Calculeu el treball que farà la força elèctrica que actua sobre Q_3 quan la traslladem del centre del quadrat al vèrtex inferior dret.



DADA: $k = 9,00 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

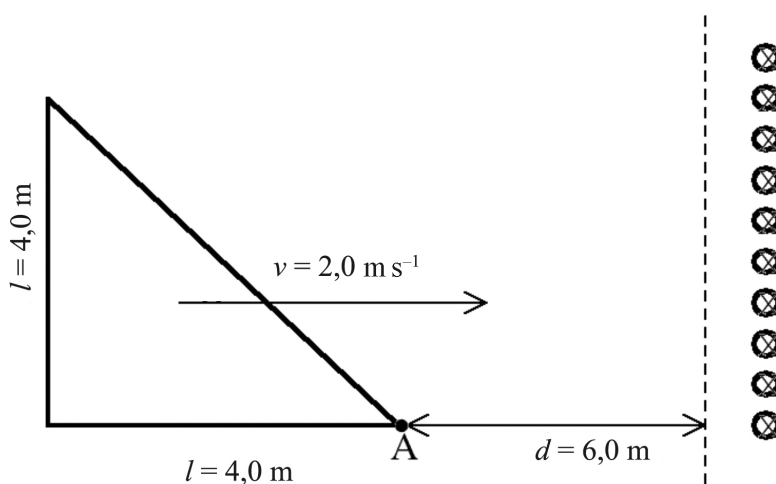
- P4)** La radioactivitat és un mitjà fiable per a calcular l'edat de les roques i minerals que contenen isòtops radioactius concrets. Aquest sistema de datació radiomètrica ens permet mesurar el temps geològic.

Un d'aquests mètodes es basa en la desintegració de l'isòtop ${}^{40}_{19}\text{K}$ (potassi) en ${}^{40}_{18}\text{Ar}$ (argó). El rellotge potassi-argó comença a funcionar quan els minerals que contenen potassi cristallitzen a partir d'un magma o dins una roca. En aquest moment, els nous minerals contenen ${}^{40}_{19}\text{K}$ i no contenen ${}^{40}_{18}\text{Ar}$. A mesura que passa el temps, el ${}^{40}_{19}\text{K}$ es desintegra i tots els àtoms de ${}^{40}_{18}\text{Ar}$ que trobem en el mineral en un temps posterior a la formació provenen de la descomposició del ${}^{40}_{19}\text{K}$.

- Escriuiu la reacció nuclear de l'emissió de partícules β de l'isòtop ${}^{40}_{19}\text{K}$.
- En una roca s'han trobat 10,0 g de ${}^{40}_{19}\text{K}$ i 10,0 g de ${}^{40}_{18}\text{Ar}$. Quina quantitat de ${}^{40}_{19}\text{K}$ hi haurà quan hauran transcorregut $5,00 \times 10^9$ anys? Fent servir la datació radiomètrica basada en el potassi-argó, digueu quina edat té la roca. Considereu que el ${}^{40}_{19}\text{K}$ es desintegra només en ${}^{40}_{18}\text{Ar}$.

DADA: Període de semidesintegració del ${}^{40}_{19}\text{K}$, $t_{1/2} = 1,25 \times 10^9$ anys

- P5)** Una espira triangular de $l = 4,0$ m de costat com la de la figura es troba inicialment ($t = 0,0$) situada a una distància de 6,0 m d'una regió on hi ha un camp magnètic B perpendicular al pla del paper i cap endins.



- Indiqueu l'expressió de la FEM induïda a l'espira quan aquesta s'endinsa a la regió on hi ha el camp magnètic. Determineu el valor de B sabent que, per a $t = 4,0$ s, la FEM induïda és $E = 160$ V.
- Representeu gràficament la FEM induïda $E = E(t)$ entre $t = 0,0$ i $t = 8,0$ s. Indiqueu en cada instant el sentit del corrent induït a l'espira.

SÈRIE 4

P1)

a)

$$g_C = \frac{GM_C}{R_C^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{9,43 \cdot 10^{20}}{(477 \cdot 10^3)^2} = 2,76 \cdot 10^{-1} \text{ m/s}^2 \quad \boxed{0.5}$$

Per poder sortir de l'òrbita de Ceres s'ha d'assolir una velocitat mínima (d'escapament) tal que l'energia mecànica sigui com a mínim 0: $E_m = 0$ $\boxed{0.1}$ Per tant:

$$E_m = 0 = \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{M_C m}{R_C} \quad \boxed{0.2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 G M_C}{R_C}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} 9,43 \cdot 10^{20}}{477 \cdot 10^3}} = 514 \text{ m/s} \quad \boxed{0.2}$$

b)

$$\left. \begin{aligned} \frac{GM_S M_C}{d_{S-C}^2} &= M_C \left(\frac{2\pi}{T_T} \right)^2 d_{S-C} \Rightarrow d_{S-C}^3 = \frac{GM_S}{4\pi^2} T_C^2 \\ \frac{GM_S M_T}{d_{S-T}^2} &= M_T \left(\frac{2\pi}{T_T} \right)^2 d_{S-T} \Rightarrow d_{S-T}^3 = \frac{GM_S}{4\pi^2} T_T^2 \end{aligned} \right\} \quad \boxed{0.2} \Rightarrow$$

$$\frac{d_{S-C}^3}{d_{S-T}^3} = \frac{T_C^2}{T_T^2} \text{ (3ª llei de Kepler)} \quad \boxed{0.3} \Rightarrow d_{S-C} = d_{S-T} \sqrt[3]{\frac{T_C^2}{T_T^2}} = 1,50 \cdot 10^{11} \sqrt[3]{4,60^2} = 4,15 \cdot 10^{11} \text{ m} \quad \boxed{0.5}$$

P2)

a) L'equació de un MVHS la podem escriure com (també considerem vàlida si enlloc de la funció cos es fa servir la funció sin:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad \boxed{0.1} \Rightarrow v(t) = -A \omega \sin(\omega t + \phi) \quad \boxed{0.1} \Rightarrow$$

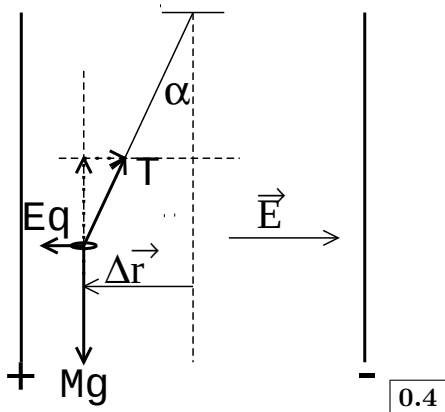
$$a(t) = -A \omega^2 \cos(\omega t + \phi) \quad \boxed{0.3} \Rightarrow a_{\text{màxima}} = A \omega^2 = A (2\pi \nu)^2 \quad \boxed{0.3} \Rightarrow A = \frac{a_{\text{màxima}}}{(2\pi \nu)^2} = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad \boxed{0.2}$$

b) La constant de recuperació en un MVHS la podem deduir a partir de:

$$a(t) = -\omega^2 x(t) \quad \boxed{0.2} \Rightarrow -k x = m a = -m \omega^2 x \quad \boxed{0.2} \Rightarrow k = m \omega^2 \quad \boxed{0.2} = 85 \cdot (2\pi \cdot 6)^2 = 1,2 \cdot 10^5 \text{ N/m} \quad \boxed{0.4}$$

Opció A
P3)

a) De forma esquemàtica tindrem:



Per tant:

$$M g \tan(\alpha) = E q \quad \boxed{0.3} \Rightarrow$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{E q}{M g}\right) = 5,68 \cdot 10^{-1} \text{ rad} = 33^\circ \quad \boxed{0.3}$$

b) Com que el camp elèctric és uniforme:

$$\Delta V = - \vec{E} \cdot \Delta \vec{r} \quad \boxed{0.3} = E L \sin(\alpha) = \quad \boxed{0.2} = 1500 \text{ N/C } 1,5 \text{ m } \sin(32,5^\circ) = 1,2 \cdot 10^3 \text{ V} \quad \boxed{0.5}$$

P4)

a)

$${}_{94}^{240} \text{Pu} + {}_b^a x \rightarrow {}_{94}^{241} \text{Pu} \Rightarrow \begin{cases} 240 + a = 241 \Rightarrow a = 1 & \boxed{0.1} \\ 94 + b = 94 \Rightarrow b = 0 & \boxed{0.1} \end{cases}$$

$${}_{94}^{241} \text{Pu} \rightarrow {}_{95}^{241} \text{Am} + {}_d^c y \Rightarrow \begin{cases} 241 = c + 241 \Rightarrow c = 0 & \boxed{0.1} \\ 94 = d + 95 \Rightarrow d = -1 & \boxed{0.1} \end{cases}$$

El ${}^{240}\text{Pu}$ ha capturat un neutró $\boxed{0.3}$

El ${}^{241}\text{Pu}$ ha emes una partícula β ó electró. La desintegració s'anomena emissió beta $\boxed{0.3}$

b) La llei de desintegració la podem escriure com:

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} = N_0 (e^{-\ln 2})^{\frac{t}{t_{1/2}}} = N_0 2^{-\frac{t}{t_{1/2}}} \quad \boxed{0.5}$$

% de nuclis que s'hauran desintegrat després de $(2013-1944) = 69$ anys:

$$100 \cdot \frac{N_0 - N(t=69)}{N_0} = 100 \cdot \frac{N_0 (1 - 2^{-\frac{69}{432}})}{N_0} = 10,5\% \quad \boxed{0.5}$$

P5)

- a) El flux creat per un camp magnètic en una espira ve determinat per:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B S \cos(\alpha) \quad \boxed{0.3}$$

on α és l'angle que forma la direcció del camp magnètic amb la perpendicular a l'espira, per tant $\alpha = 60^\circ$

$$\Phi = 0.5 \pi 0,04^2 \cos(60^\circ) = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ Wb} \quad \boxed{0.4}$$

Donat que el flux que travessa l'espira es constant en el temps, no s'induirà cap *fem*. 0.3

- b) Per la gràfica que ens mostren en el enunciat el camp magnètic varia linealment segons l'expressió:

$$B(t) = 0,5 - \frac{0,5}{100 \cdot 10^{-3}} t \quad \boxed{0.3}$$

Per tant el flux que genera el camp serà:

$$\Phi(t) = \pi 0,04^2 \left(0,5 - \frac{0,5}{100 \cdot 10^{-3}} t\right) \cos(60^\circ) \quad \boxed{0.3}$$

i la *fem* generada serà:

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt} = \pi 0,04^2 \cos(60^\circ) \frac{0,5}{100 \cdot 10^{-3}} = 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ V} \quad \boxed{0.4}$$

Opció B
P3)

- a) El camp elèctric és una magnitud vectorial per tant:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = K \frac{q_1 \vec{\mu}_1}{r_1^2} + K \frac{q_2 \vec{\mu}_2}{r_2^2} \quad \boxed{0.2}$$

On:

$$\vec{\mu}_1 = \left(\frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} - \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}} \right); \vec{\mu}_2 = \left(\frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} + \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}} \right); r_1 = r_2 = \sqrt{2} \quad \boxed{0.3}$$

Per tant:

$$\vec{E}_T = \frac{9 \cdot 10^9}{2 \sqrt{2}} \left\{ 9 \cdot 10^{-6} (\vec{i} - \vec{j}) - 9 \cdot 10^{-6} (\vec{i} + \vec{j}) \right\} \Rightarrow \vec{E}_T = (0 \vec{i} - 5,73 \cdot 10^4 \vec{j}) \text{ N/C} \quad \boxed{0.5}$$

Es considerarà la resposta correcta si raonen que per raons de simetria el camp elèctric ha de tenir només component vertical, de signe negatiu i realitzen el càlcul correctament.

- b) Al tractar-se de un camp conservatiu podem trobar el treball fet per la força elèctrica a partir del potencial elèctric.

$$V_i = K \left\{ \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right\} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} (9 - 9) = 0 \text{ V} \quad \boxed{0.3}$$

$$V_f = K \left\{ \frac{q_1}{r'_1} + \frac{q_2}{r'_2} \right\} = 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \left(\frac{9}{2\sqrt{2}} - \frac{9}{2} \right) = -1,19 \cdot 10^4 \text{ V} \quad \boxed{0.3}$$

Per tant el treball fet per la força elèctrica és:

$$W_E = -\Delta V q = (V_i - V_f) q = (0 + 1,19 \cdot 10^4) (7 \cdot 10^{-6}) = 8,33 \cdot 10^{-2} \text{ J} \quad \boxed{0.4}$$

P4)

- a) La reacció que ens demanen és:



Com podem comprovar la partícula emergent és un positró $\boxed{0.4}$ (no és precís que comentin res respecte la possible producció de neutrins)

- b) La llei de desintegració la podem escriure com:

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} \rightarrow m(t) = m_0 e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} \quad \boxed{0.2}$$

$$m(t = 5 \cdot 10^9) = 10 \text{ g} e^{-\frac{5 \cdot 10^9 \ln 2}{1,25 \cdot 10^9}} = 6,25 \cdot 10^{-1} \text{ g} \quad \boxed{0.3}$$

Tal com diu el enunciat, per saber l'edat de la pedra, hem de partir de la hipòtesi que tot el Ar de la roca prove de la desintegració del K, per tant en el instant inicial teníem 20 g de K. $\boxed{0.1}$, després de passar el temps t , en tenim 10 g, per tant hem de resoldre l'equació:

$$10 \text{ g} = 20 \text{ g} e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} \quad \boxed{0.2} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} = 2^{-\frac{t}{t_{1/2}}} \Rightarrow t = t_{1/2} = 1,25 \cdot 10^9 \text{ anys} \quad \boxed{0.2}$$

P5)

- a) Només s'indueix una *fem* sobre l'espira quan el flux del camp magnètic que travessa l'espira varia amb el temps, **0.1** per tant es començarà a produir una *fem* quan el punt A comenci a endinsar-se en la regió on hi ha el camp magnètic **0.1** i això es produirà a partir de: $\frac{6 \text{ m}}{2 \text{ m/s}} = 3 \text{ s}$ **0.1**. A partir d'aquest instant el costat horitzontal del triangle s'endinsa com:

$$d(t) = v(t - 3) \quad \mathbf{0.1}$$

Al ser una triangle rectangle isòceles l'àrea que s'endinsa dintre del camp es:

$$A(t) = \frac{1}{2} [v(t - 3)]^2 \quad \mathbf{0.1}$$

El flux de camp magnètic serà:

$$\Phi(t) = \frac{1}{2} [v(t - 3)]^2 B \quad \mathbf{0.1}$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -v^2 (t - 3) B \quad \mathbf{0.2}$$

El enunciat ens diu que per $t = 4 \text{ s}$ tenim:

$$160 \text{ V} = |-2^2 (4 - 3) B| \Rightarrow B = 40 \text{ T} \quad \mathbf{0.2}$$

- b) Entre $t = 0$ i $t = 3 \text{ s}$, l'espira es troba integrament fora del abast del camp magnètic, per tant la *fem* induïda serà nul·la. **0.1** Entre $t = 3 \text{ s}$ i $t = 5 \text{ s}$ la *fem* augmenta linealment fins arribar al seu valor màxim. **0.1** Seguint el conveni de la regla de la ma dreta el sentit del corrent en aquesta zona serà antihorari. **0.2** A partir d'aquest instant el flux del camp és constant i per tant no es genera cap *fem*. **0.2** La gràfica per tant serà:

