

Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2014

Física

Sèrie 4

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les dues opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

PART COMUNA

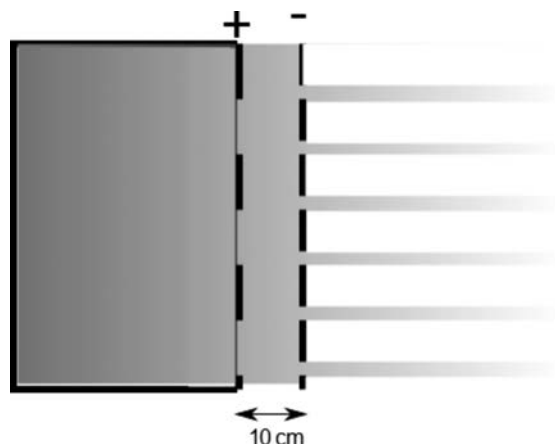
- P1)** Un meteorit, de 400 kg de massa, cau sobre la Lluna amb una trajectòria perpendicular a la superfície d'aquest satèl·lit. Quan es troba a 10 000 km de la superfície lunar, la velocitat del meteorit és de 15 000 km/h.
- a)** Determineu el valor de la velocitat amb què el meteorit arriba a la superfície de la Lluna.
 - b)** Calculeu l'energia mecànica que té el meteorit a 10 000 km de la Lluna i la que té un cos de la mateixa massa situat en una òrbita a aquesta mateixa altura sobre la superfície de la Lluna. Indiqueu quina de les dues energies mecàniques és més gran.

DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

$M_{\text{Lluna}} = 7,35 \times 10^{22} \text{ kg}$

$R_{\text{Lluna}} = 1,74 \times 10^6 \text{ m}$

- P2)** En algunes missions espacials s'han utilitzat motors iònics. En aquests motors es produeixen ions positius que s'envien a una cambra on un camp elèctric constant els impulsa. El motor expulsa ions positius a gran velocitat i la nau adquireix impuls en sentit contrari. Considereu un motor iònic en què ions Xe^+ , inicialment en un estat de repòs, s'acceleren entre dues plaques separades 10 cm fins a adquirir una velocitat de $3,0 \times 10^5 \text{ m/s}$.



- Calculeu l'acceleració dels ions i el camp elèctric (que podeu considerar constant) a la cambra d'acceleració.
- Calculeu la diferència de potencial entre les dues plaques amb les dades de la figura. Indiqueu també el valor que hauria de tenir aquesta diferència de potencial si les dues plaques estiguessin separades només 6 cm per a aconseguir la mateixa velocitat de sortida dels ions.

DADES: $Q(\text{ions Xe}^+) = +1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
 $m(\text{ions Xe}^+) = 132 \text{ u}$
 $1 \text{ u} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$

OPCIÓ A

- P3)** L'any 2006, l'exespia rus del KGB Aleksandr Litvinenko va ser víctima d'un enverinament amb poloni 210 i es va convertir en la primera víctima confirmada que moria per la síndrome de radiació aguda.

El poloni 210 és un emissor de partícules α que es troba a la natura i que també es pot obtenir en laboratoris nuclears.

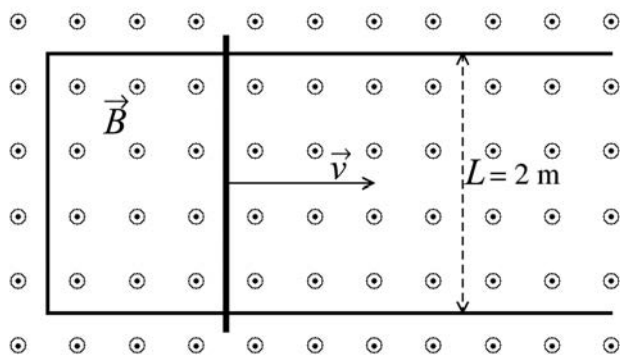
- Escriviu la reacció de desintegració del poloni 210, si sabem que en desintegrar-se produeix un isòtop del plom.
- El període de semidesintegració efectiu en el cos humà del poloni 210 és de 37 dies. Si suposem que la dosi que van subministrar a Litvinenko va ser de 5 mg, quina quantitat de poloni 210 hi havia en el seu organisme quan va morir, vint dies després de l'enverinament?



Aleksandr Litvinenko

DADA: Símbols químics i nombres atòmics del poloni $Z(\text{Po}) = 84$ i del plom $Z(\text{Pb}) = 82$

- P4) Una vareta metàl·lica es desplaça a una velocitat constant $v = 6 \text{ m/s}$ sobre una forca conductora dins un camp magnètic uniforme, $\vec{B} = 0,25 \text{ T}$, perpendicular al pla i en sentit sortint:



Si suposem que la resistència de la vareta és de 30Ω i que la de la forca és negligible, calculeu:

- La força electromotriu del corrent induït en el circuit i expliqueu raonadament el sentit de la circulació del corrent.
- La intensitat del corrent que circula pel circuit i la força que cal fer sobre la vareta, en mòdul, direcció i sentit, per a mantenir la velocitat constant sobre la forca.

NOTA: Llei d'Ohm, $I = V/R$.

- P5) L'agulla d'una màquina de cosir oscil·la verticalment entre dos punts separats per una distància de 20 mm. En les especificacions del fabricant s'indica que l'agulla pot fer 1800 puntades per minut. Si sabem que l'agulla descriu un moviment harmònic simple:



- Determineu la freqüència en Hz i escriviu l'equació del moviment suposant que en el moment inicial l'agulla es troba en la posició de màxima altura.
- Calculeu la velocitat i l'acceleració màximes de l'agulla.

OPCIÓ B

- P3) Una porta s'obre i es tanca mitjançant un dispositiu fotoelèctric. La longitud d'ona de la radiació electromagnètica utilitzada és de 850 nm i l'energia mínima d'extracció del material fotodetector és d'1,20 eV. Calculeu:
- L'energia cinètica dels fotoelectrons emesos i la longitud d'ona de De Broglie associada a aquests electrons.
 - La longitud d'ona que hauria de tenir una radiació electromagnètica incident per a duplicar l'energia cinètica dels fotoelectrons emesos de l'apartat a.

DADES: $m_{\text{electró}} = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
 $Q_{\text{electró}} = -1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
 $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J s}$
 $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$

- P4)** Per la paret que teniu al darrere de l'aula on feu l'examen, entren protons amb una trajectòria horitzontal i a una velocitat $\vec{v}_{p^+} = 2,00 \times 10^6 \vec{i}$ m/s. Dins l'aula hi ha un camp magnètic també horitzontal el valor del qual és $\vec{B} = 0,500 \vec{j}$ T. Determineu:
- a)** La força causada pel camp magnètic que actua sobre els protons quan entren en la zona on hi ha aquest camp magnètic.
 - b)** El radi de la trajectòria circular dels protons dins l'aula i indiqueu si aquests protons impactaran contra les persones que estan assegudes a l'aula.

DADES: Càrrega del protó: $1,60 \times 10^{-19}$ C
Massa del protó: $1,67 \times 10^{-27}$ kg

NOTA: Negligiu el pes del protó.

- P5)** La corda d'un violí fa 32 cm de llargària i vibra amb una freqüència fonamental de 196 Hz.
- a)** Expliqueu raonadament quina és la longitud d'ona del mode fonamental i digueu en quins punts de la corda hi ha els nodes i els ventres. Calculeu la velocitat de propagació de les ones que, per superposició, han generat l'ona estacionària de la corda.
 - b)** Dibuixeu, de manera esquemàtica, el perfil de l'ona estacionària del tercer i del cinquè modes de vibració i calculeu-ne les freqüències.



SÈRIE 4

P1)

- a) La força gravitatòria és conservativa, per tant l'energia total d'un cos es conserva al llarg de la seva trajectòria: **[0.2]**

$$\frac{1}{2} m v_0^2 - G \frac{m M_L}{h_0 + R_L} = \frac{1}{2} m v_1^2 - G \frac{m M_L}{R_L} \quad \mathbf{[0.3]} \Rightarrow \frac{1}{2} v_1^2 = \frac{1}{2} v_0^2 + G M_L \left\{ \frac{1}{R_L} - \frac{1}{R_L + h_0} \right\} \Rightarrow$$

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2 G M_L \frac{h_0}{R_L (R_L + h_0)}} \quad \mathbf{[0.3]} = 4,71 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad \mathbf{[0.2]}$$

- b) L'energia mecànica del meteorit serà:

$$E_m = \frac{1}{2} m v_0^2 - G \frac{m M_L}{R_L + h_0} \quad \mathbf{[0.2]} = 3,31 \cdot 10^9 \text{ J} \quad \mathbf{[0.2]}$$

Per un cos de la mateixa massa, però en òrbita a la mateixa distància, l'energia mecànica és:

$$E_o = -\frac{1}{2} G \frac{m M_L}{R_L + h_0} \quad \mathbf{[0.2]} = -8,35 \cdot 10^7 \text{ J} \quad \mathbf{[0.2]}$$

Com es pot comprovar: $E_m > E_o$ **[0.2]**

P2)

- a) El treball fet per la força provinent del camp elèctric serà igual a la variació de l'energia cinètica dels ions de Xe^+ **[0.2]** $\Rightarrow$

$$F d = E q d = \frac{1}{2} m v^2 \quad \mathbf{[0.2]} \Rightarrow$$

$$F = \frac{1}{2} \frac{m v^2}{d} = m a \Rightarrow a = \frac{1}{2} \frac{v^2}{d} = 4,5 \cdot 10^{11} \text{ m/s}^2 \quad \mathbf{[0.2]}$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{m v^2}{q d} \quad \mathbf{[0.2]} = \frac{1}{2} 132 \text{ u} \times \frac{1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{1 \text{ u}} \times \frac{(3 \cdot 10^5)^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \times 0,1 \text{ m}} = 6,16 \cdot 10^5 \text{ N/C} \quad \mathbf{[0.2]}$$

- b)

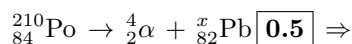
Al ser un camp elèctric constant tindrem:

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta x} \quad \mathbf{[0.3]} \Rightarrow \Delta V = -\Delta x E = -\frac{1}{2} \frac{m v^2}{q} \quad \mathbf{[0.3]} \Rightarrow V_+ - V_- = \frac{1}{2} \frac{m v^2}{q} = 6,16 \cdot 10^4 \text{ V} \quad \mathbf{[0.2]}$$

Si la velocitat de sortida dels ions és la mateixa encara que la separació entre plaques sigui més petita, de la última expressió veiem que la diferència de potencial entre les plaques és independent de la seva separació, per tant la diferència de potencial serà la mateixa tant si $d = 10 \text{ cm}$ com si és $d = 6 \text{ cm}$ **[0.2]**

Opció A P3)

- a) Podem plantejar l'equació de la desintegració del poloni-210 com:



$$x + 4 = 210 \quad \boxed{0.3} \Rightarrow x = 206 \quad \boxed{0.2}$$

- b)

$$m = m_0 e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t} \quad \boxed{0.5} \Rightarrow m = (5 \text{ mg}) e^{-\frac{(\ln 2) 20 \text{ dies}}{37 \text{ dies}}} = 3,4 \text{ mg} \quad \boxed{0.5}$$

P4)

- a) L'àrea del circuit tancat que formen la força i la vareta en funció del temps és:

$$\dot{\text{Àrea}} = L v t \quad \boxed{0.2}$$

El flux del camp magnètic que passa per aquesta àrea serà:

$$\Phi = B L v t \quad \boxed{0.2}$$

La força electromotriu generada en el circuit serà:

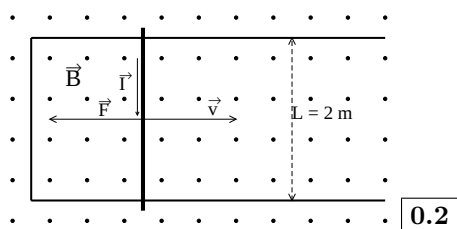
$$\epsilon = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = B L v \quad \boxed{0.2} = 3 \text{ V} \quad \boxed{0.2}$$

El sentit de la circulació del corrent serà el contrari que tindria si el mateix corrent hagués de crear el camp magnètic, per tant serà en sentit horari $\boxed{0.2}$

- b) A partir de la llei de Ohm tindrem:

$$I = \frac{\epsilon}{R} = \frac{3 \text{ V}}{30 \Omega} = 0,1 \text{ A} \quad \boxed{0.2}$$

La força que fa el camp magnètic sobre la vareta serà:



$$\vec{F} = L \vec{I} \wedge \vec{B} \quad \boxed{0.2} \Rightarrow |\vec{F}| = L I B = 0,05 \text{ N} \quad \boxed{0.2}$$

Per tant, per tal que la vareta segueixi amb velocitat constant, haurem de fer una força igual i de sentit contrari a la trobada anteriorment. $\boxed{0.2}$

P5)

- a) Per fer cada punt la màquina de cosir ha de fer una oscil·lació completa, per tant tindrem:

$$\nu = \frac{1800 \text{ punts}}{60 \text{ s}} = 30 \text{ Hz} \quad \boxed{0.3}$$

Dues vegades l'amplitud del moviment serà igual a 20 mm $\Rightarrow A = 10 \text{ mm} = 0,01 \text{ m}$ $\boxed{0.3}$ L'equació del moviment serà:

$$y(t) = A \cos(2\pi\nu t) \quad \boxed{0.2} = 0,01 \cos(1,88 \cdot 10^2 t) \text{ m} \quad \boxed{0.2}$$

En el cas de que fessin servir la funció sinus enlloc del cosinus haurien de posar-hi una fase addicional de $\frac{\pi}{2}$

- b)

$$v_y(t) = \frac{dy}{dt} = -2\pi\nu A \sin(2\pi\nu t) \quad \boxed{0.3} \Rightarrow v_y(\text{màxima}) = 2\pi\nu A = 1,88 \text{ m/s} \quad \boxed{0.2}$$

$$a_y(t) = \frac{dv_y}{dt} = -4\pi^2\nu^2 A \cos(2\pi\nu t) \quad \boxed{0.3} \Rightarrow a_y(\text{màxima}) = 4\pi^2\nu^2 A = 3,55 \cdot 10^2 \text{ m/s}^2 \quad \boxed{0.2}$$

Opció B
P3)

a)

$$E_c = \frac{hc}{\lambda} - W = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \times 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{850 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - 1,2 \text{ eV} \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 4,2 \cdot 10^{-20} \text{ J} \quad \boxed{0.5}$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_e &= \frac{h}{mv} \\ v &= \sqrt{\frac{2E_c}{m}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lambda_e = \frac{h}{\sqrt{2mE_c}} = 2,40 \cdot 10^{-9} \text{ m} \quad \boxed{0.5}$$

b)

$$\lambda = \frac{hc}{E_c + W} \quad \boxed{0.4} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \times 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \times 4,2 \cdot 10^{-20} \text{ J} + 1,2 \text{ eV} \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}}} \quad \boxed{0.4} = 7,21 \cdot 10^{-7} \text{ m} \quad \boxed{0.2}$$

P4)

a)

$$\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B} \quad \boxed{0.3} = 1,6 \cdot 10^{-19} \times 2 \cdot 10^6 \times 0,5 (\vec{i} \wedge \vec{j}) \quad \boxed{0.3} = 1,6 \cdot 10^{-13} \vec{k} \text{ N} \quad \boxed{0.2}$$

Per tant la força va dirigida en sentit vertical $\boxed{0.2}$

En el cas en que no donin correctament la direcció de la força, restarem **0.2** punts.

b)

Al ser la força perpendicular a la velocitat, el moviment serà el d'un moviment circular uniforme $\boxed{0.2}$

La força que fa el camp magnètic sobre els protons es la que proporciona l'acceleració centrípeta que farà girar els protons, per trobar el radi de la trajectòria circular tindrem:

$$q v B = m \frac{v^2}{r} \quad \boxed{0.2} \Rightarrow r = \frac{m v}{q B} \quad \boxed{0.3} = 4,18 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad \boxed{0.2}$$

Els protons no impactaran ningú, ja que només d'entrar l'aula fan la trajectòria circular de radi $4,18 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ $\boxed{0.1}$

P5)

- a) La relació entre la longitud d'ona dels harmònics d'una corda i la longitud d'aquesta ve donada per l'expressió:

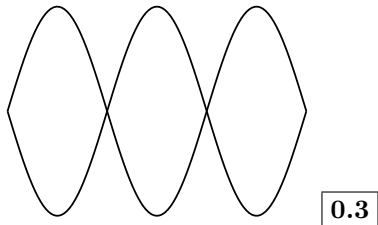
$$n \frac{\lambda}{2} = L \quad (n = 1, 2, 3 \dots) \quad \boxed{0.2} \Rightarrow$$

El node fonamental el tindrem per $n = 1$, per tant: $\lambda = 2L = 64 \text{ cm}$ $\boxed{0.2}$. Els ventres estaran just al mig i els nodes un a cada extrem $\boxed{0.2}$

La velocitat de propagació serà:

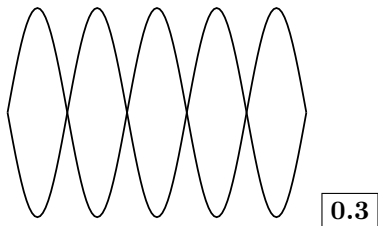
$$v_p = \lambda \nu \quad \boxed{0.2} = 0,64 \text{ m } 196 \text{ Hz} = 125 \text{ m/s} \quad \boxed{0.2}$$

- b) Tercer harmònic:



$$\lambda_3 = \frac{2}{3} L \quad \boxed{0.1} = 21,3 \text{ cm} \Rightarrow \nu_3 = \frac{v_p}{\lambda_3} = 587 \text{ Hz} \quad \boxed{0.1}$$

Cinqué harmònic:



$$\lambda_5 = \frac{2}{5} L \quad \boxed{0.1} = 12,8 \text{ cm} \Rightarrow \nu_5 = \frac{v_p}{\lambda_5} = 977 \text{ Hz} \quad \boxed{0.1}$$