

Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2015

Física

Sèrie 4

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les dues opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

PART COMUNA

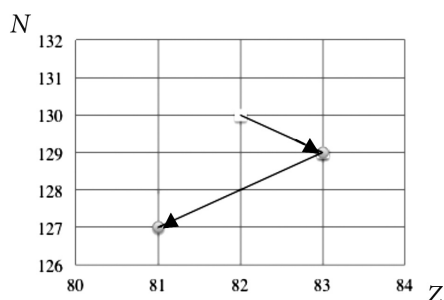
P1) Dues càrregues elèctriques de $0,03 \mu\text{C}$ cadascuna, però de signe contrari, es troben separades $40,0 \text{ cm}$.

- Representeu i calculeu el vector del camp elèctric en el punt que forma un triangle equilàter amb la posició de les càrregues. Calculeu també el potencial elèctric en el mateix punt.
- Si modifiquem la distància entre les càrregues fins a duplicar-la, en quant varia l'energia potencial elèctrica de la distribució de càrregues? Expliqueu raonadament si augmenta o disminueix.

DADA: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

P2) En un nucli atòmic radioactiu s'esdevenen dues desintegracions radioactives successives, representades en la gràfica de la figura. En l'eix de les abscisses s'indica el nombre de protons (Z) i en l'eix de les ordenades, el nombre de neutrons (N) dels elements químics que intervenen en el procés.

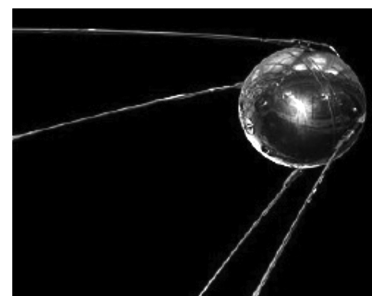
- Escriviu les equacions de les dues desintegracions radioactives que es produeixen i digueu com s'anomena cadascuna. Indiqueu el nom, el nombre atòmic i el nombre màssic de tots els elements i de totes les partícules que hi intervenen.
- Si inicialment tenim N nuclis del primer element i el seu període de semidesintegració és de $10,64$ hores, calculeu el temps que haurà de passar perquè es desintegri un $10,0 \%$ dels nuclis.



DADES: Nombres atòmics d'alguns elements químics: or (Au), 79; mercuri (Hg), 80; talli (Tl), 81; plom (Pb), 82; bismut (Bi), 83; poloni (Po), 84; àstat (At), 85.

OPCIÓ A

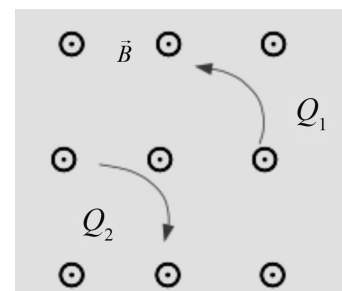
- P3)** L'*Sputnik 1* va ser el primer satèl·lit artificial de la història. Consistia en una esfera d'alumini de 58 cm de diàmetre, que allotjava dins seu l'instrumental científic i de transmissions i amb quatre antenes longitudinals adossades a la part exterior. Tenia una massa de 83,6 kg i el seu període orbital era de 96,2 minuts. Actualment, hi ha rèpliques del satèl·lit en diversos museus del món, com la que es mostra en la fotografia.



- a)** Expliqueu raonadament si l'*Sputnik 1* pot ser considerat un satèl·lit geostacionari. Suposant que l'òrbita hagués estat circular, calculeu-ne l'altura sobre la superfície de la Terra.
- b)** L'*Sputnik 1* va ser llançat a prop de Baikonur, ciutat del Kazakhstan que es troba a uns $45,5^\circ$ de latitud nord. A aquesta latitud, els objectes en repòs sobre la superfície de la Terra van a una velocitat d'uns 325 m/s a causa de la rotació del planeta. Calculeu l'energia que va caldre subministrar a l'*Sputnik 1* per a situar-lo en la seva òrbita circular.

DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
 $M_{\text{Terra}} = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$
 $R_{\text{Terra}} = 6\,370 \text{ km}$

- P4)** Dues partícules carregades es mouen en el pla del paper a la mateixa velocitat per una zona en què hi ha un camp magnètic uniforme de valor $4,50 \times 10^{-1} \text{ T}$ perpendicular al pla i que surt del paper (vegeu la figura). Part de les trajectòries descrites per les càrregues són les que es veuen també en la figura. La partícula Q_1 té una massa de $5,32 \times 10^{-26} \text{ kg}$ i la partícula Q_2 , de $1,73 \times 10^{-25} \text{ kg}$. La magnitud de cadascuna de les càrregues és la mateixa, $3,20 \times 10^{-19} \text{ C}$, i la força magnètica que actua sobre elles també té el mateix mòdul, que és $1,01 \times 10^{-12} \text{ N}$.



- a)** Expliqueu raonadament el signe que tindrà cadascuna de les càrregues. Calculeu la velocitat d'aquestes càrregues.
- b)** Calculeu els radis de les trajectòries de cada partícula i la freqüència (Hz) del moviment de Q_2 .
- P5)** El terme musical *soprano* es refereix a la veu més aguda, característica del sexe femení. El rang vocal típic d'aquesta veu és de més de dues octaves, del do_3 (261,7 Hz) al re_5 (1 174,7 Hz).
- a)** Calculeu les longituds d'ona dels sons més greu i més agut que pot emetre una cantant *soprano*.
- b)** En una actuació, un espectador situat a 10,0 m d'una *soprano* percep un nivell d'intensitat sonora de 80 dB. Calculeu la potència d'aquest so.

DADES: Intensitat del llinar d'audició (0 dB), $I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$
 Velocitat del so en l'aire = 340 m s^{-1}

OPCIÓ B

- P3) a)** Demostreu, a partir del principi de conservació de l'energia mecànica, que la velocitat d'escapament des d'un punt pròxim a la superfície d'un astre esfèric de massa M

i radi R és $v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$.

- b)** Un objecte es llança verticalment des de la superfície de la Lluna amb una velocitat igual a la meitat de la velocitat d'escapament de la Lluna. Calculeu a quina altura màxima arribarà abans de tornar a caure.

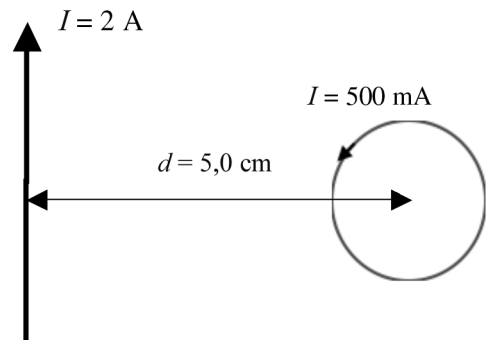
DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
 $M_{\text{Lluna}} = 7,35 \times 10^{22} \text{ kg}$
 $R_{\text{Lluna}} = 1737 \text{ km}$

- P4)** Una boia marina sura sobre la superfície de l'aigua i descriu un moviment harmònic simple (MHS) a mesura que li arriben les ones. En un instant inicial $t = 0,0 \text{ s}$, l'onatge que hi ha fa que el punt més alt de les ones estigui $1,0 \text{ m}$ més amunt que el punt més baix i que arribi una ona cada $2,0$ segons.

- a)** Escriviu l'equació del moviment de la boia.
b) Si la boia té una massa d' $1,5 \text{ kg}$, quina és l'energia cinètica màxima de la boia?

- P5)** Un fil infinit que porta un corrent de 2 A es troba a $5,0 \text{ cm}$ de distància del centre d'una espira circular de $2,0 \text{ cm}$ de diàmetre que transporta 500 mA .

- a)** Calculeu el vector del camp magnètic al centre de l'espira produït pel fil infinit i el vector del camp magnètic al centre de l'espira que produeix la mateixa espira.
b) Quin és el valor del camp magnètic total al centre de l'espira? Si volem un camp magnètic total $B = 0$ al centre de l'espira, quin ha de ser el valor de la nova intensitat que hi circuli?



DADA: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$

NOTA: El mòdul del camp magnètic creat per un fil infinit pel qual circula una intensitat I és: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, on r és la distància al fil conductor. El mòdul del camp magnètic al centre d'una espira de corrent de radi R és: $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$.



Institut
d'Estudis
Catalans

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés

SÈRIE 4***Criteris generals d'avaluació i qualificació.***

10. Les respostes s'han d'ajustar a l'enunciat de la pregunta. Es valorarà sobretot que l'alumnat mostri que té clars els conceptes de caràcter físic sobre els quals tracta cada pregunta.
11. Es tindrà en compte la claredat en l'exposició dels conceptes, dels processos, dels passos a seguir, de les hipòtesis, l'ordre lògic, l'ús correcte dels termes científics i la contextualització segons l'enunciat.
12. En les respostes cal que l'alumnat mostri una adequada capacitat de comprensió de les qüestions plantejades i organitzi de forma lògica la resposta, tot analitzant i utilitzant les variables en joc. També es valorarà el grau de pertinença de la resposta, el que l'alumnat diu i les mancances manifestes sobre el tema en qüestió.
13. Totes les respostes s'han de raonar i justificar. Un resultat erroni amb un raonament correcte es valorarà. Una resposta correcta sense raonament ni justificació pot ser valorada amb un 0, si el corrector no és capaç de veure d'on ha sortit el resultat.
14. Tingueu en compte que un error no s'ha de penalitzar dues vegades en el mateix problema. Si un apartat necessita un resultat anterior, i aquest és erroni, cal valorar la resposta independentment del seu valor numèric, i tenir en compte el procediment de resolució.
15. Si l'alumne ha resolt un problema per un altre procediment vàlid diferent del descrit en aquestes pautes, la resolució es considera vàlida.
16. Els errors d'unitats o el fet de no posar-les restaran el 50% de la puntuació d'aquest subapartat. Exemple: Si un subapartat val 0,2 i s'ha equivocat en les unitats li haurem de puntuar 0,1.
17. Cal resoldre els exercicis fins al resultat final i no es poden deixar indicades les operacions. Tanmateix els errors en el càlcul es consideraran lleus, excepte en el cas que els resultats siguin molt desorbitats i l'alumnat no faci un raonament sobre aquest resultat, indicant-ne la seva falsedat.
18. Cal fer la substitució numèrica a les expressions que s'usen per resoldre les preguntes.

P1)

a)

0.2

Esquema

0.1

Per simetria, el camp total en la direcció vertical es zero.

Només hi ha camp elèctric en la direcció x:

Mòdul del camp elèctric en P:

$$\left. \begin{aligned} E_p &= 2E \cos 60^\circ \\ E &= k \frac{q}{l^2} \end{aligned} \right\} E_p = \frac{2kq}{l^2} \cos 60^\circ \quad 0.2$$

$$E_p = \frac{2 \times 8.99 \times 10^9 \times 3.0 \times 10^{-8}}{(0.40)^2} \cos 60^\circ = 1687 \text{ N/C} = 1.7 \times 10^3 \text{ N/C} \quad 0.1$$

Direcció i sentit del camp elèctric: $\vec{E}_p = 1.7 \times 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$ 0.2

0.2

$$V_p = k \frac{q_+}{l} + k \frac{q_-}{l} = 0$$

També es vàlida l'opció de col·locar la càrrega positiva a la dreta i la negativa a l'esquerra o qualsevol altra distribució que compleixi les condicions de l'enunciat.

b)

0.1

$$U_i = k \frac{q_+ q_-}{r_i}$$

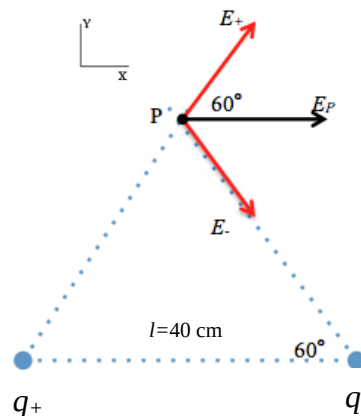
0.3

$$U_i = 8.99 \times 10^9 \frac{3.0 \times 10^{-8} (-3 \times 10^{-8})}{0.40} = -2.03 \times 10^{-5} \text{ J}$$

Si es duplica la distància entre càrregues, l'energia potència és: $U_f = k \frac{q_+ q_-}{r_f}$

$$\text{on } r_f = 2 \times 0.40 \text{ m ; } U_f = 8.99 \times 10^9 \frac{3.0 \times 10^{-8} (-3 \times 10^{-8})}{2 \times 0.40} = -1.01 \times 10^{-5} \text{ J} \quad 0.3$$

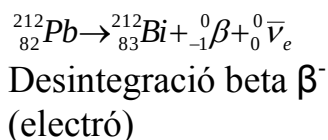
$$\Delta U = U_f - U_i \Rightarrow \Delta U = 1.01 \times 10^{-5} \text{ J} \quad 0.3 \text{ . L'energia del sistema augmenta.}$$



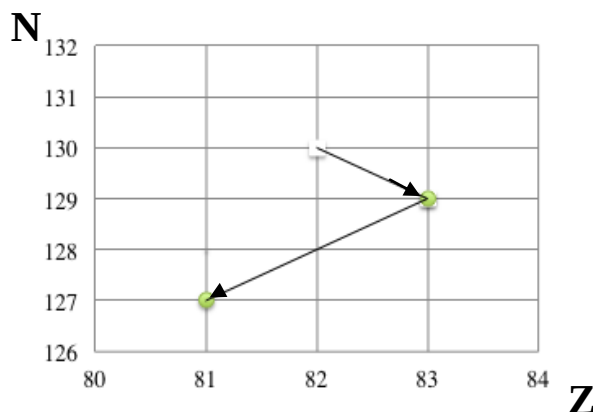
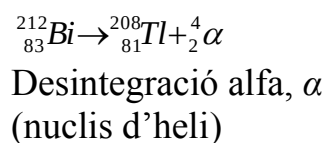
P2)

a)

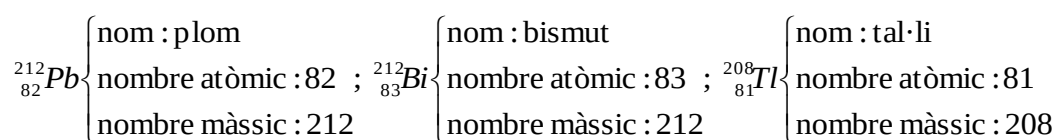
0.3



0.3



0.2



0.2

${}_{-1}^0\beta = {}_{-1}^0e$ = electró - partícula β ; ${}_2^4\alpha$ = partícula α ; ${}_0^0\bar{\nu}_e$ = antineutrí electrònic

Descomptarem 0.1 per cada mancança.

b)

0.2

Si s'han desintegrat el 10%, queden el 90% dels nuclis

$$\rightarrow N = 0,9N_0 \Rightarrow \frac{N}{N_0} = 0,9$$

Obtenim la constant de desintegració radioactiva, λ , a partir del període de semidesintegració que es el temps que ha de passar per reduir-se a la meitat la quantitat d'una substància radioactiva

0.2

$$\frac{1}{2}N_0 = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

Calculem el temps que haurà de passar per tal de que es desintegrin un 10% dels nuclis:

0.2

$$t = -\left(\frac{T_{1/2}}{\ln 2}\right) \left(\ln \frac{N}{N_0}\right)$$

0.4

$$t = -\left(\frac{10,64}{\ln 2}\right) (\ln 0,9) = 1,617h$$

Opció A

P3)

a)

0.2

Satèl·lit geostacionari $\Rightarrow$ període orbital és de 24 h. Per tant l'Sputnik NO es un satèl·lit geostacionari.

0.2

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} ; F_g = ma_c = m \frac{v^2}{R_T + h} = m \frac{\omega^2 (R_T + h)^2}{R_T + h} \left\{ \right.$$

0.2

$$\left. \begin{aligned} G \frac{M_T m}{(R_T + h)^2} &= m \omega^2 (R_T + h) \\ \omega &= \frac{2\pi}{T} \end{aligned} \right\} (R_T + h)^3 = G \frac{M_T T^2}{4\pi^2} \Rightarrow R_T + h = \sqrt[3]{G \frac{M_T T^2}{4\pi^2}}$$

0.4

$$h = \sqrt[3]{G \frac{M_T T^2}{4\pi^2}} - R_T = \sqrt[3]{6,67 \times 10^{-11} \frac{5,97 \times 10^{24} (96,2 \cdot 60)^2}{4\pi^2}} - 6370 \times 10^3 = 5,82 \cdot 10^5 \text{ m}$$

b)

Per situar-lo a la seva òrbita circular: $\Delta E_m = E_{m,orbital} - E_{m,superficie}$

Càlcul de la $E_{m,orbital}$: $E_{m,orbital} = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{M_T m}{R_T + h}$ 0.2

$$v_{orbital}^2 \Rightarrow F_g = ma_c = m \frac{v^2}{R_T + h}$$

$$G \frac{M_T m}{(R_T + h)^2} = m \frac{v^2}{R_T + h} \Rightarrow v^2 = \frac{G M_T}{R_T + h}$$
 0.1

També és correcte obtenir la velocitat a partir de: $v = \frac{2\pi(R_T + h)}{T}$

0.1

$$E_{m,orbital} = -\frac{1}{2} \frac{G M_T m}{R_T + h} = -\frac{1}{2} \frac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,97 \times 10^{24} \times 83,6}{6370 \times 10^3 + 5,82 \times 10^5} = -2,39 \times 10^9 \text{ J}$$

Càlcul de la $E_{m,superficie}$: $E_{m,superficie} = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v_{sup}^2 - G \frac{M_T m}{R_T}$ 0.2

0.2

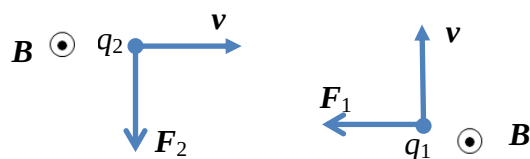
$$E_{m,superficie} = \frac{1}{2} 83,6 \times 325^2 - 6,67 \times 10^{-11} \frac{5,97 \times 10^{24} \times 83,6}{6370 \times 10^3} = -5,22 \times 10^9 \text{ J}$$

0.2

$$\Delta E_m = E_{m,orbital} - E_{m,superficie} = 2,83 \times 10^9 \text{ J}$$

P4)

- a) Tenint en compte que la força que accelera les càrregues és $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$ **0.1** i aplicant el producte vectorial, arriben a la conclusió que Q_1 és negativa i Q_2 es positiva.

Esquema **0.3****0.2**

$$F = qvB\sin 90^\circ$$

0.4

$$v = \frac{F}{qB} = \frac{1,01 \times 10^{-12}}{3,20 \times 10^{-19} \times 4,5 \times 10^{-1}} = 7,01 \times 10^6 \text{ m/s}$$

b)

0.2

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow qvB\sin 90^\circ = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

0.4

$$r_1 = \frac{m_1 v}{qB} = \frac{5,32 \times 10^{-26} \times 7,01 \times 10^6}{3,20 \times 10^{-19} \times 4,5 \times 10^{-1}} = 2,59 \text{ m}$$

$$r_2 = r_1 \frac{m_2}{m_1} = 2,59 \frac{1,73 \times 10^{-25}}{5,32 \times 10^{-26}} = 8,42 \text{ m}$$

0.2

$$\left. \begin{array}{l} v = \omega_2 r_2 \\ \omega_2 = 2\pi f_2 \end{array} \right\} f_2 = \frac{v}{2\pi r_2}$$

0.2

$$f_2 = \frac{7,01 \times 10^6}{2\pi \times 8,42} = 1,32 \times 10^5 \text{ Hz}$$

P5)**a)****0.2**

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

0.8

$$\lambda_{agut} = \frac{340}{1174,7} = 0,290m$$

$$\lambda_{greu} = \frac{340}{261,7} = 1,30m$$

b)**0.1**

$$L_I = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow I = I_0 10^{\frac{L_I}{10}}$$

0.4

$$I = 10^{-12} \times 10^8 = 10^{-4} W / m^2$$

0.2

$P = IA$ on A és l'àrea d'una esfera centrada en la posició on es troba la soprano i el radi és la distància a l'observador

0.3

$$P = I \cdot 4\pi R^2 = 0,126W$$

Opció B

P3)

a)

0.2

La condició d'escapament exigeix que la $E_m = 0$

0.5

$$E_m = E_C + E_P = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{esc}^2 + \left(-G\frac{Mm}{R}\right) = 0$$

0.3

$$\frac{1}{2}mv_{esc}^2 = G\frac{Mm}{R} \Rightarrow v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

b)

$$\text{Denominem, } v_{inicial} = v_0 = \frac{1}{2}v_{esc} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2GM}{R_L}}$$

0.1

Abans de tornar a caure, la $v_{final} = 0$

0.1

$$E_{m,inicial} = E_{m,final}$$

0.2

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + \left(-G\frac{Mm}{R_L}\right) = 0 + \left(-G\frac{Mm}{R}\right); \text{ on } R = R_L + h \text{ i } h \text{ l'altura}$$

respecte a la superfície lunar, a la qual arribarà l'objecte abans de tornar a caure.

0.4

$$m\left(\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{2GM}{R_L} - \frac{GM}{R_L}\right) = -G\frac{M}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}\frac{1}{R_L} - \frac{1}{R_L} = -\frac{1}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{4}\frac{1}{R_L} = -\frac{1}{R} \Rightarrow R = \frac{4}{3}R_L$$

0.2

$$R = \frac{4}{3}1737 \times 10^3 = 2,316 \times 10^6 \text{ m} \Rightarrow h = R - R_L = 579 \text{ km}$$

P4)

a)

0.2

$$A_0 = 0,5m; \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} \text{ Hz}; \quad \omega = 2\pi f = 2\pi \times \frac{1}{2} = \pi \text{ rad/s}$$

0.4

$$y(t) = A_0 \sin(\omega t + \delta)$$

$$\text{Con que: } y(t=0) = A_0 \Rightarrow \sin(\omega t + \delta) = 1 \Rightarrow \delta = \pm \frac{\pi}{2}$$

(també seria vàlida la solució: $y(t) = \pm A_0 \cos(\omega t + \delta)$ amb $\delta = 0$)

0.4

$$\text{Per tant, l'equació del moviment de la boia és: } y(t) = (0.5m) \sin\left(\pi t \pm \frac{\pi}{2}\right)$$

b)

0.2

$$v(t) = \frac{dy(t)}{dt} = \pm \omega A_0 \cos(\omega t + \delta)$$

0.2

La velocitat es màxima quan el $\cos(\omega t + \delta) = 1$

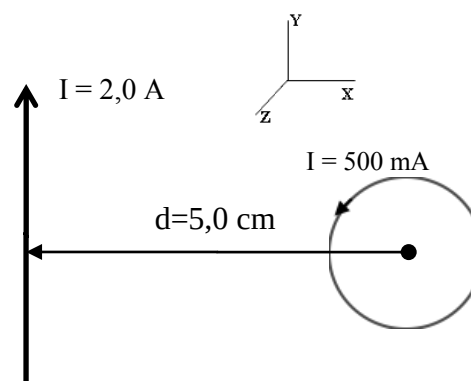
$$v_{\max} = \pm \omega A_0 = \pm 0.50\pi = \pm 1,6 \text{ m/s}$$

0.2

$$E_{c,\max} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2$$

0.4

$$E_c = \frac{1}{2} 1,5 \cdot (1,6)^2 = 1,85 \text{ J} \approx 1,9 \text{ J}$$



P5)

a)

El camp magnètic que crea el fil infinit en el centre de l'espira és:

$$B_{fil\infty} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

0.3

$$|B_{fil\infty}| = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 2}{2\pi \times 0,05} = 8,0 \times 10^{-6} T$$

0.2

i entra al paper $\otimes$

En notació vectorial: $\vec{B}_{fil\infty} = -8,0 \times 10^{-6} \vec{k} T$

El camp magnètic que crea l'espira al centre és: $B_{espira} = \frac{\mu_0 I}{2R}$

0.3

$$|B_{espira}| = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 0,5}{2 \times 1,0 \times 10^{-2}} = 3,1 \times 10^{-5} T \text{ i surt del paper } \odot$$

0.2

En notació vectorial: $\vec{B}_{espira} = 3,1 \times 10^{-5} \vec{k} T$

b)

El camp magnètic total és la suma vectorial del camp creat pel fil infinit i l'espira:

En notació vectorial:

$$\vec{B}_{total} = \vec{B}_{espira} - \vec{B}_{fil\infty} = 3,1 \times 10^{-5} \vec{k} - 8,0 \times 10^{-6} \vec{k} = 2,3 \times 10^{-5} \vec{k} T$$

0.2

Mòdul: $|B_{total}| = 2,3 \times 10^{-5} T$ i surt del paper $\odot$

0.2

0.2

Si $B = 0 \Rightarrow B'_{espira} = B_{fil} = 8,0 \times 10^{-6} T$

0.4

$$B'_{espira} = \frac{\mu_0 I'}{2R} \Rightarrow I' = \frac{2RB'_{espira}}{\mu_0} = \frac{2 \times 0,01 \times 8,0 \times 10^{-6}}{4\pi \times 10^{-7}} = 0,13 A$$