



Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2016

Física

Sèrie 5

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les dues opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

PART COMUNA

P1) El pistó d'un cilindre del motor d'explosió d'un vehicle desenvolupa un moviment vibratori harmònic simple. En un règim de funcionament determinat, té un recorregut de 20,0 cm (d'extrem a extrem) i el motor fa $1,91 \times 10^3$ rpm (revolucions per minut). En l'instant $t = 0,00$ s, el pistó està situat a 10,0 cm de la seva posició d'equilibri. Determineu:

- a) L'equació de moviment i la velocitat màxima del pistó.
- b) El valor de la força màxima que actua sobre el pistó, si té una massa de 200 g.

P2) En una zona de l'espai hi ha situades dues càrregues elèctriques puntuals de $3,0 \mu\text{C}$ i $-7,0 \mu\text{C}$ separades 15 cm l'una de l'altra. Calculeu:

- a) El camp elèctric en un punt situat sobre la línia que uneix les càrregues. Aquest punt està situat a una distància de 5,0 cm de la càrrega de $3,0 \mu\text{C}$ i a 10 cm de la càrrega de $-7,0 \mu\text{C}$. Indiqueu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.
- b) El punt entre les dues càrregues en el qual el potencial és nul.

DADA: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

OPCIÓ A

P3) La massa de Saturn crea un camp gravitatori al seu voltant. Un dels seus satèl·lits, Mimas, té una massa de $3,80 \times 10^{19}$ kg i descriu una òrbita pràcticament circular al voltant del planeta.

- a)** Si el període de Mimas al voltant de Saturn és de 22 h 37 min i 5 s, a quina altura per sobre de la superfície de Saturn orbita Mimas? A quina velocitat?
- b)** Quina és l'energia mecànica de Mimas? Què significa el signe del resultat?



DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

$$R_{\text{Saturn}} = 5,73 \times 10^7 \text{ m.}$$

$$M_{\text{Saturn}} = 5,69 \times 10^{26} \text{ kg.}$$

P4) En una zona de l'espai hi ha un camp magnètic uniforme de valor $\vec{B} = 2,00\vec{k}$ mT. Un electró, un neutró i un protó hi entren per l'origen de coordenades a la mateixa velocitat $\vec{v} = 5,00\vec{j}$ m s⁻¹.

- a)** Determineu el mòdul de la força que actua sobre cada partícula i indiqueu el tipus de moviment que fa cadascuna.
- b)** A continuació, situem paral·lelament a l'eix Y, a 3,00 mm de l'origen de coordenades, un fil infinit pel qual circula un corrent I . Determineu el valor del corrent del fil que fa que el protó segueixi una trajectòria rectilínia. Considereu que el mòdul del camp magnètic creat per aquest fil infinit és: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$, en què $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$ i R és la distància al fil conductor.

DADES: Càrrega elèctrica del protó, $q_{\text{protó}} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Càrrega elèctrica de l'electró, $q_{\text{electró}} = -q_{\text{protó}}$.

P5) Il·luminem el càtode d'una cèl·lula fotoelèctrica amb un feix de llum verda de 560 nm de longitud d'ona i observem que s'origina un corrent elèctric. Comprovem que el corrent desapareix quan apliquem una tensió de 0,950 V (potencial de frenada).

- a)** Calculeu el treball d'extracció (funció de treball) i el llindar de freqüència del metall del càtode.
- b)** Expliqueu raonadament si es produirà efecte fotoelèctric quan un feix de llum de longitud d'ona més gran que el llindar de longitud d'ona incideixi sobre el metall. I si la freqüència del feix incident és més gran que el llindar de freqüència del metall?

DADES: $m_{\text{electró}} = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$.

$$q_{\text{electró}} = -1,60 \times 10^{-19} \text{ C.}$$

$$1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J.}$$

$$\text{Constant de Planck, } h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J s.}$$

$$\text{Velocitat de la llum, } c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}.$$

OPCIÓ B

P3) Un aventurer desitja de batre definitivament el rècord del món de caiguda lliure plana deixar-se caure, partint d'un estat de repòs, des d'una altura de 330,0 km i no obrir el paracaigudes fins als 50,0 km d'altura. Calculeu:

- a)** L'acceleració de la gravetat quan comença el salt i quan obre el paracaigudes.
- b)** La velocitat que portarà quan sigui a 80,0 km d'altura (considereu negligible la resistència de l'aire).

DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

$M_{\text{Terra}} = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$.

$R_{\text{Terra}} = 6\,370 \text{ km}$.



P4) Una substància radioactiva es desintegra segons l'equació següent (en el sistema internacional, SI):

$$N = N_0 e^{-0,0050t}$$

- a)** Expliqueu el significat de les magnituds que intervenen en aquesta equació i indiqueu el període de semidesintegració de la substància. Justifiqueu la resposta.
- b)** Si en un moment determinat la mostra conté $1,0 \times 10^{28}$ nuclis d'aquesta substància, calculeu l'activitat que tindrà al cap de 4,0 hores.

P5) Una partícula α es llança en la direcció de l'eix X a una velocitat $\vec{v} = 8,00 \times 10^5 \vec{i} \text{ m s}^{-1}$ i en presència d'un camp magnètic perpendicular $\vec{B} = 1,20 \vec{k} \text{ T}$.

- a)** Determineu la força magnètica que actua sobre la partícula i dibuixeu la trajectòria que seguirà dins del camp magnètic, així com els vectors velocitat, camp magnètic i força magnètica. Indiqueu en quin sentit gira la partícula.
- b)** Calculeu el radi de gir de la partícula i la freqüència del moviment circular en MHz.

DADES: $m_{\alpha} = 6,64 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

$q_{\text{protó}} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$.



Institut
d'Estudis
Catalans

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés



Sèrie 5

P1)

- a) Si el motor realitza $1,91 \cdot 10^3$ rpm, la seva freqüència angular serà:

$$\omega = 1,91 \cdot 10^3 \frac{\text{voltes}}{\text{minut}} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{\text{volta}} \times \frac{\text{minut}}{60\text{s}} = 200 \text{ rad/s} \quad \boxed{0.2}$$

L'equació del MVHS és:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

D'altra banda: $2A = 20,0 \text{ cm}$, per tant $A = 10,0 \text{ cm}$ 0.2

Com que: $x(t=0) = \pm A \Rightarrow \phi = \pm\pi/2$ el que és el mateix:

$$x(t) = A \sin(\omega t \pm \pi/2) \text{ m} \quad \boxed{0.2}$$

(també seria vàlida la solució: $x(t) = \pm A \cos(\omega t + \phi)$ amb $\phi = 0$)

D'altra banda:

$$v(t) = \pm A\omega \cos(\omega t \pm \pi/2) \text{ m/s} \quad \boxed{0.2}$$

Per tant:

$$v_{\text{màxima}} = A\omega = 20,0 \text{ m/s} \quad \boxed{0.2}$$

- b) La constant de recuperació en un MVHS ve donada per: $k = \omega^2 m$ 0.4 de manera que la força recuperadora màxima en un MVHS és:

$$F_{\text{màxima}} = kA \quad \boxed{0.2} = 800 \text{ N} \quad \boxed{0.4}$$

P2)

- a) Atès que les càrregues tenen signe diferent i el punt on hem de calcular el camp està situat entre les dues càrregues, el camp total serà la suma dels valors absoluts dels camps de cada una de les càrregues, la direcció serà la de la recta que uneix les dues càrregues i sentit el de la càrrega positiva a la negativa.

0.3

$$|\vec{E}_{3\mu\text{C}}| = 9,0 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-6}}{(5 \cdot 10^{-2})^2} = 1,08 \cdot 10^7 \text{ N/C} \quad \boxed{0.2}$$

$$|\vec{E}_{-7\mu\text{C}}| = 9,0 \cdot 10^9 \frac{7 \cdot 10^{-6}}{(1 \cdot 10^{-1})^2} = 6,3 \cdot 10^6 \text{ N/C} \quad \boxed{0.2}$$

$$|\vec{E}| = |\vec{E}_{3\mu\text{C}}| + |\vec{E}_{-7\mu\text{C}}| = 1,7 \cdot 10^7 \text{ N/C} \quad \boxed{0.3}$$

- b) Sigui x la distància que hi ha entre la càrrega de $3\mu\text{C}$ i el punt on calculem el potencial.

$$V(x) = 9,0 \cdot 10^9 \left\{ \frac{3 \cdot 10^{-6}}{x} + \frac{-7 \cdot 10^{-6}}{0,15 - x} \right\} = 0 \quad \boxed{0.5} \Rightarrow$$

$$\frac{3}{x} - \frac{7}{0,15 - x} = 0 \Rightarrow 0,45 - 3x = 7x \Rightarrow x = 0,045 \text{ m} = 4,5 \text{ cm} \quad \boxed{0.5}$$

Opció A P3)

- a) La força d'atracció gravitatòria de Saturn sobre Mimas serà igual a la massa de Mimas per la seva acceleració centrípeta: **0.1**

$$G \frac{M_S M_M}{r_{\text{òrbita}}^2} = M_M \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r_{\text{òrbita}} \quad \text{0.1}$$

$$r_{\text{òrbita}} = \sqrt[3]{\frac{G M_S T^2}{4\pi^2}} = 1,85 \cdot 10^8 \text{ m} \quad \text{0.3}$$

Per tant l'alçada respecte la superfície de Saturn serà: $h = r_{\text{òrbita}} - R_{\text{Saturn}} = 1,28 \cdot 10^8 \text{ m}$ **0.2**

La seva velocitat orbital serà: $v_{\text{orbital}} = \omega r_{\text{òrbita}} = \frac{2\pi}{T} r_{\text{òrbita}} = 1,43 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ **0.3**

- b) L'energia mecànica de Mimas serà:

$$\left. \begin{aligned} E_m = E_T &= \frac{1}{2} M_M v_{\text{orbital}}^2 - \frac{G M_S M_M}{r_{\text{òrbita}}} \quad \text{0.2} \\ G \frac{M_S M_M}{r_{\text{òrbita}}^2} &= M_M \frac{v_{\text{orbital}}^2}{r_{\text{òrbita}}} \Rightarrow v_{\text{orbital}}^2 = \frac{G M_S}{r_{\text{òrbita}}} \quad \text{0.2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$E_m = E_T = -\frac{1}{2} \frac{G M_S M_M}{r_{\text{òrbita}}} \quad \text{0.2} = -3,90 \cdot 10^{27} \text{ J} \quad \text{0.2}$$

El signe negatiu significa que el satèl·lit Mimas està girant en una òrbita estable al voltant de Saturn. **0.2**

P4)

- a) La força que fa un camp magnètic sobre una partícula carregada en moviment és $\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B}$ **0.2**. Com que ara la velocitat i el camp magnètic són perpendiculars, el mòdul de la força és simplement $F = q v B$. **0.1** L'electró i el protó tenen la mateixa càrrega en valor absolut de forma que el mòdul de la força que fa el camp és el mateix

$$F = (1.60 \cdot 10^{-19})(5)(2 \times 10^{-3}) \equiv 1.60 \cdot 10^{-21} \text{ N} \cdot \quad \text{0.2}$$

Per altra banda, el neutró no té càrrega elèctrica i per tant la força que actua sobre ell és $F = 0 \text{ N}$. **0.1**

Atès que la càrrega del protó és positiva, la força que fa el camp es dirigeix sobre l'eix X i en sentit positiu. **0.1** El protó descriu llavors un moviment circular en sentit horari vist des del semieix positiu Z. **0.1** Per altra banda, la càrrega de l'electró és negativa i el moviment que realitza és també circular, però en sentit contrari al que realitza el protó. **0.1** El neutró segueix una trajectòria rectilínia a velocitat constant segons el sentit positiu de l'eix Y. **0.1**

- b) El camp magnètic creat per un fil infinit de corrent sobre un punt que es troba a una distància r de l'eix del fil és

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}.$$

Per tal que el protó descrigui un moviment rectilini, cal que el camp magnètic total que actua sobre ell sigui 0. En el present cas, això vol dir que el fil ha de fer un camp $B_{\text{fil}} = -2.00 \cdot 10^{-3} \text{ T } \hat{k}$. **0.4**

Pel que fa al valor del corrent, el trobem imposant la condició

$$\frac{\mu_0 I}{2\pi r} = 2.00 \cdot 10^{-3}, \quad \text{0.1}$$

o el que és el mateix

$$I = \frac{4\pi 10^{-3} 3 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 30.0 \text{ A} \cdot \quad \text{0.5}$$

P5)

a)

$$E_{\text{fotons}} = W_0 + E_{c \text{ màxima}} \Rightarrow W_0 = \frac{hc}{\lambda} - E_{c \text{ màxima}} \quad \boxed{0.2}$$

El potencial de frenada és una manera de determinar l'energia cinètica màxima:

$$E_{c \text{ màxima}} = q V_{\text{potencial de frenada}} \Rightarrow$$

$$W_0 = \frac{hc}{\lambda} - q V_{\text{potencial de frenada}} \quad \boxed{0.2} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \cdot 3 \times 10^8}{560 \times 10^{-9}} - 1,6 \times 10^{-19} \cdot 0,95 = 2,03 \times 10^{-19} \text{ J} \quad \boxed{0.2}$$

On W_0 és la funció de treball.

La freqüència llindar per produir efecte fotoelèctric és:

$$\nu_0 = \frac{W_0}{h} = \quad \boxed{0.2} = 3,06 \times 10^{14} \text{ Hz} \quad \boxed{0.2}$$

b)

$$\text{Si } \lambda > \lambda_0 \Rightarrow \frac{1}{\lambda} < \frac{1}{\lambda_0} \Rightarrow E(\lambda) = \frac{hc}{\lambda} < \frac{hc}{\lambda_0} = W_0 \Rightarrow$$

No es pot produir efecte fotoelèctric 0.5

$$\text{Si } \nu > \nu_0 \Rightarrow E(\nu) = h\nu > h\nu_0 = W_0 \Rightarrow$$

En aquest cas sí que es produirà efecte fotoelèctric 0.5

Opció B P3)

- a) L'acceleració de la gravetat en funció de l'alçada ve donada per l'expressió:

$$g(h) = \frac{G M_T}{(h + R_T)^2} \quad \boxed{0.4}$$

$$g(h = 330 \text{ km}) = 8,87 \text{ m/s}^2 \quad \boxed{0.3} \quad g(h = 50 \text{ km}) = 9,66 \text{ m/s}^2 \quad \boxed{0.3}$$

- b) Si considerem negligible la resistència de l'aire, durant tot el procés de caiguda l'energia es conserva, $\boxed{0.2}$ per tant:

$$E_m(h = 330 \text{ km}) = E_m(h = 80 \text{ km}) \quad \boxed{0.3} \Rightarrow -\frac{G M_T m}{(330 + 6370) \cdot 10^3} = -\frac{G M_T m}{(80 + 6370) \cdot 10^3} + \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{2 G M_T \left\{ \frac{1}{(80 + 6370) \cdot 10^3} - \frac{1}{(330 + 6370) \cdot 10^3} \right\}} = 2,15 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad \boxed{0.5}$$

P4)

- a) $N(t)$ és el nombre de nuclis que queden de la substància radioactiva, després que hagi passat un temps t , si en tenim un nombre N_0 a l'instant inicial. $\boxed{0.2}$

L'exponent 0.005 s^{-1} és la constant de desintegració radioactiva $\Rightarrow \lambda = 0,005 \text{ s}^{-1} \quad \boxed{0.2}$

El període de semidesintegració és el temps que ha de passar perquè es reduïxi a la meitat la quantitat d'una substància radioactiva $\boxed{0.2} \Rightarrow$

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda t_{1/2}} \Rightarrow \ln(1) - \ln(2) = -\lambda t_{1/2} \Rightarrow t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 1,4 \cdot 10^2 \text{ s} \quad \boxed{0.4}$$

- b) L'activitat d'una substància radioactiva es defineix com:

$$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = (-\lambda)(-N_0) e^{-\lambda t} \quad \boxed{0.5} \Rightarrow$$

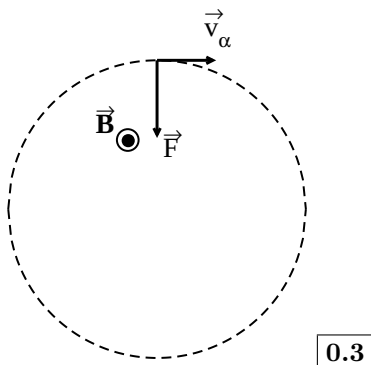
$$A(t = 4 \text{ hores}) = 0,005 \text{ s}^{-1} \cdot 10^{28} \text{ nuclis} e^{-(0,005 \text{ s}^{-1} \cdot 4 \text{ hores} \cdot 3600 \frac{\text{s}}{1 \text{ hora}})} = 2,7 \cdot 10^{-6} \frac{\text{nuclis}}{\text{s}} \quad \boxed{0.5}$$

P5)

- a) La força de Lorentz ve donada per l'expressió:

$$\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B} \quad \boxed{0.2} = 2 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 8 \cdot 10^5 \cdot 1,2 \cdot (\vec{i} \wedge \vec{k}) = -3,07 \cdot 10^{-13} \vec{j} \text{ N} \quad \boxed{0.2}$$

La trajectòria serà circular ja que la força és perpendicular a la la velocitat de la partícula, $\boxed{0.2}$ i girarà en el pla xy en sentit horari. $\boxed{0.1}$



$\boxed{0.3}$

b) La força de Lorentz serà la força centrípeta que ens farà girar la partícula α : **0.2**

$$m_{\alpha} \frac{v^2}{r} = q v B \quad \mathbf{0.2} \Rightarrow r = \frac{m_{\alpha} v}{q B} = 1,38 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad \mathbf{0.2} \Rightarrow$$

$$2 \pi \nu r = v \quad \mathbf{0.2} \Rightarrow \nu = \frac{v}{2 \pi r} = \frac{q B}{2 \pi m_{\alpha}} = 9,20 \cdot 10^6 \text{ Hz} = 9,2 \text{ MHz} \quad \mathbf{0.2}$$