

Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2016

Física

Sèrie 1

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les dues opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

PART COMUNA

P1) El 6 d'agost de 2012, el robot *Curiosity* va ser dipositat damunt la superfície de Mart per una càpsula d'entrada atmosfèrica ideada pel Mars Science Laboratory. Aquesta càpsula va iniciar l'entrada a l'atmosfera a 125 km de la superfície de Mart i a una velocitat de $5\,845\text{ m s}^{-1}$. Les tècniques usades en el descens van fer que el vehicle arribés a la superfície marciana a una velocitat de només $0,60\text{ m s}^{-1}$. Tenint en compte que la massa del *Curiosity* és de 899 kg, calculeu:

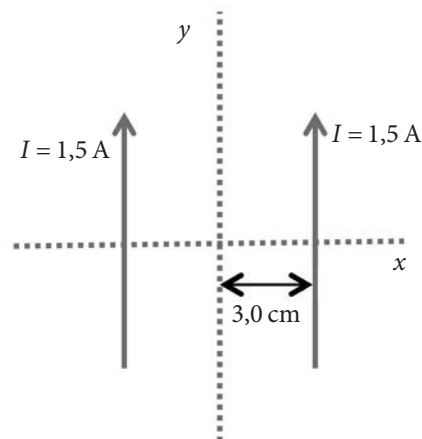
- L'increment de l'energia mecànica del vehicle en el descens.
- El mòdul de la intensitat de camp gravitatori que fa Mart en el punt inicial del descens del *Curiosity* i la força (mòdul, direcció i sentit) que el planeta fa sobre el robot en aquest punt.

DADES: Massa de Mart, $M_{\text{Mart}} = 6,42 \times 10^{23}\text{ kg}$.
Radi de Mart, $R_{\text{Mart}} = 3,39 \times 10^6\text{ m}$.
 $G = 6,67 \times 10^{-11}\text{ N m}^2\text{ kg}^{-2}$.



Imatge del *Curiosity* al cràter Gale, a la superfície de Mart (31 d'octubre de 2012)

P2) Per un fil recte molt llarg circula un corrent d'1,5 A en el sentit positiu de la direcció y , seguint la línia $x = -3,0$ cm. Un altre fil amb les mateixes característiques, pel qual també circula un corrent d'1,5 A en el sentit positiu de la direcció y , segueix la línia $x = 3,0$ cm, com mostra la figura.



- Calculeu el camp magnètic (mòdul, direcció i sentit) en $x = 0$ i feu un esquema que justifiqui el resultat.
- Calculeu el camp magnètic (mòdul, direcció i sentit) en $x = 5,0$ cm i feu un esquema que justifiqui el resultat.

DADA: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$.

NOTA: El mòdul del camp magnètic creat per un fil conductor infinit pel qual circula

una intensitat de corrent I és: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, en què r és la distància al fil conductor.

OPCIÓ A

P3) Un tub d'un orgue de la basílica de la Sagrada Família està obert pels dos extrems i fa 1,0 m de longitud.

- Calculeu les freqüències i les longituds d'ona de les ones estacionàries que es poden propagar per aquest tub.
- Si el tub estigués ple d'heli, el so s'hi propagaria a una velocitat de $975,0 \text{ m s}^{-1}$. En aquest cas, quines serien les freqüències?

DADA: Velocitat del so en l'aire = $343,0 \text{ m s}^{-1}$.

P4) Un núvol elèctricament carregat està situat a 4,7 km d'altura sobre el terra. La diferència de potencial entre la base del núvol i el terra és de $2,3 \times 10^6 \text{ V}$. Suposem que el camp elèctric en aquesta regió és uniforme i que la càrrega elèctrica del núvol és positiva.

Una gota d'aigua que es troba entre el núvol i el terra té una massa d'1,3 mg i una càrrega de valor Q . En un moment donat, la gota ascendeix cap al núvol amb una velocitat constant de 2 m s^{-1} (sense tenir en compte els corrents d'aire ni el fregament).

- Dibuixeu un esquema de la situació descrita pel problema i representeu-hi les càrregues elèctriques implicades i els camps vectorials (gravitatori i elèctric). Calculeu la intensitat del camp elèctric que hi ha entre el núvol i el terra, i indiqueu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.
- Calculeu el valor de la càrrega Q (en nC) i expliqueu raonadament quin signe hauria de tenir.

DADA: $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$.

P5) L'isòtop radioactiu fluor 18 es fa servir com a radiofàrmac en tomografies per emissió de positrons (TEP). Quan es desintegra radioactivament, aquest isòtop desprèn un positró que s'anihila ràpidament amb un electró de l'entorn i produeix dos fotons gamma amb la mateixa energia. Aquests fotons, detectats per l'aparell mèdic, permeten obtenir imatges útils per a la diagnosi. El període de semidesintegració del fluor 18 és de 109,77 minuts i podem escriure l'equació de la desintegració de la manera següent: ${}^{18}_9\text{F} \rightarrow {}^A_B\text{Y} + {}^C_D\text{positró} + {}^0_0\nu_e$, en què Y és el nucli fill i ν_e és un neutrí electrònic.



- Indiqueu quants protons i quants neutrons té el nucli de fluor 18. Calculeu els coeficients A, B, C i D de l'equació i la freqüència dels fotons gamma detectats per l'aparell de la tomografia.
- Calculeu el temps que ha de transcórrer perquè el nombre de nuclis de fluor 18 que queden sense desintegrar en el cos del pacient sigui l'1 % dels que hi havia a l'inici de la prova.

DADES: Velocitat de la llum, $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$.

$m_{\text{electró}} = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$.

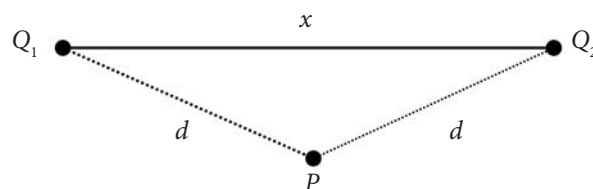
Constant de Planck, $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J s}$.

OPCIÓ B

P3) Les boies marines s'utilitzen sovint per a mesurar l'alçària de l'onatge. Una d'aquestes boies es mou seguint una oscil·lació harmònica de 3,00 m d'amplitud i 0,10 Hz de freqüència i l'ona es propaga a una velocitat de $0,50 \text{ m s}^{-1}$.

- Calculeu la longitud d'ona i el nombre d'ona.
- Escriviu l'equació de les ones que fan moure la boia suposant que la fase inicial és zero.

P4) Dues càrregues elèctriques (Q_1 i Q_2) estan disposades tal com mostra la figura. Coneixem les dades següents: $Q_1 = 2,00 \mu\text{C}$, $Q_2 = -4,00 \mu\text{C}$, $x = 5,00 \text{ m}$ i $d = 3,00 \text{ m}$.



- Representeu i calculeu el camp elèctric (mòdul, direcció i sentit) en el punt P, i calculeu també el potencial elèctric en el mateix punt.
- Canviem les dues càrregues Q_1 i Q_2 per unes altres amb valors diferents, però situades en la mateixa posició que les originals. Amb aquesta nova configuració, el camp elèctric creat per les dues càrregues sobre el segment x s'anulla a 1 m de distància de la nova càrrega Q_1 . Expliqueu raonadament quin serà el signe d'aquestes càrregues i calculeu la relació que hi haurà entre els seus valors.

DADA: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

- P5)** La irradiància solar que arriba a la superfície de la Terra (potència incident per unitat de superfície) és aproximadament de $1\,400\text{ W m}^{-2}$. Suposem que l'energia mitjana dels fotons que hi arriben és de $2,20\text{ eV}$.
- a)** Quina és la longitud d'ona mitjana (en nm) dels fotons que arriben a la Terra?
- b)** Calculeu el nombre de fotons que incideixen sobre una superfície d' $1,00\text{ cm}^2$ cada segon.

DADES: Velocitat de la llum, $c = 3,00 \times 10^8\text{ m s}^{-1}$.
Constant de Planck, $h = 6,63 \times 10^{-34}\text{ J s}$.
 $1\text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19}\text{ J}$.



Institut
d'Estudis
Catalans

SÈRIE 1

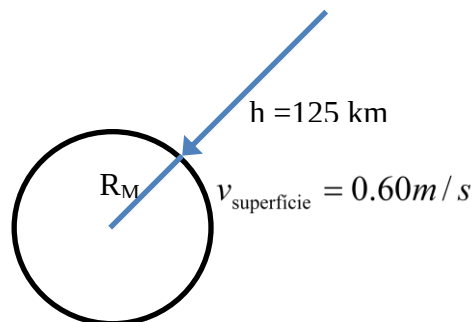
PART COMUNA

P1)

a)

0.2 p

$$\left. \begin{aligned} E_i &= \frac{1}{2}mv_i^2 - G \frac{Mm}{R_M + h} \\ E_f &= \frac{1}{2}mv_f^2 - G \frac{Mm}{R_M} \end{aligned} \right\}$$



0.4 p

$$\Delta E = E_f - E_i$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) + GMm \left(\frac{1}{R_M + h} - \frac{1}{R_M} \right)$$

0.4 p

$$v_f = 0,60 \text{ m/s}$$

$$v_i = 5845 \text{ m/s}$$

$$m = 899 \text{ kg}$$

$$h = 125000 \text{ m}$$

$$\Delta E = -1,58 \times 10^{10} \text{ J}$$

b)

0.2 p

$$|\vec{g}| = \frac{GM}{(R_M + h)^2}$$

0.4 p

$$|\vec{g}| = 3,47 \text{ m/s}^2$$

0.4 p

$$|\vec{F}| = mg = 3,12 \times 10^3 \text{ N} \text{ direcció radial i cap al centre del planeta}$$

P2)

a)

0.3 p En $x=0$, $B_1 = B_2$ (mòduls)

0.6 p Mateixa direcció, perpendicular al pla XY i sentit contrari $\rightarrow B_{total} = 0$

0.1 p Esquema

b)

En $x=5,0 \text{ cm}$

0.2 p

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

0.3 p

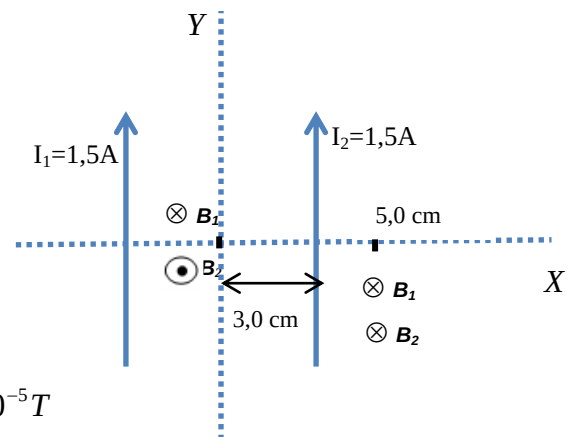
$$B_{total} = 3 \times 10^{-7} \left(\frac{1}{0,08} + \frac{1}{0,02} \right) = 1,88 \times 10^{-5} T$$

0.4 p

Direcció: perpendicular al pla XY
Sentit: cap a dins del paper (eix Z negatiu)

0.1 p

Esquema



OPCIÓ A

P3)

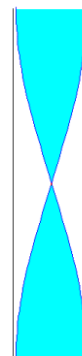
a)

0.2 p

$$l = \frac{\lambda}{2}$$

0.2 p

$$\lambda_0 = 2l = 2,0m$$

Tub obert,
 $l=1,0\text{ m}$

0.2 p

$$v_0 = \lambda f_0 \Rightarrow f_0 = \frac{v_0}{\lambda_0} = \frac{343,0}{2,0} = 171,5\text{ Hz}$$

0.2 p

Les freqüències permeses són: $f_n(\text{Hz}) = n f_0 = n \cdot 171,5$ on $n=1, 2, 3\ldots$

0.2 p

Les longituds d'ona permeses són: $\lambda_n(m) = \frac{2l}{n} = \frac{2,0}{n}$ on $n=1, 2, 3\ldots$

b)

0.5 p

Les freqüències permeses són: $f'_n = n f'_0 = n \frac{v_{He}}{\lambda_0}$

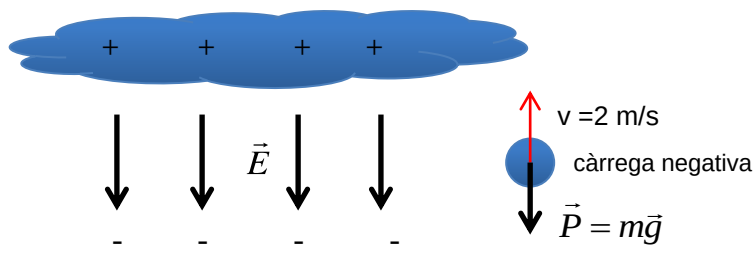
0.5 p

$$f'_n(\text{Hz}) = n \frac{975,0}{2,0} = n \cdot 487,5 \text{ on } n=1, 2, 3\ldots$$

P4)

a)

0.6 p



Si en l'esquema no s'han dibuixat els **vectors** camp elèctric, gravitatori i/o la velocitat es restaran 0.1 punts per cada error. Si no s'han dibuixat les **càrregues** del núvol, terra i/o la gota, també es restaran 0.1 punts per cada error.

0.2 p

$$|\vec{E}| = \frac{\Delta V}{d}$$

0.2 p

$$|E| = \frac{2,3 \times 10^6}{4700} = 489\text{ V/m}$$

b)

0.2 p

La càrrega de la gota és negativa

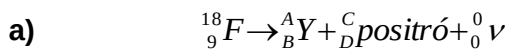
0.4 p

La gota puja a velocitat constant $\Rightarrow a=0 \Rightarrow \Sigma F=0$; $mg=qE$

0.4 p

$$q = \frac{mg}{E} = \frac{1,3 \times 10^{-6} \times 9,81}{489} = 2,6 \times 10^{-8}\text{ C} = 26\text{ nC}$$

P5)



0.2 p El nucli de fluor té 9 protons segons veiem en l'equació. El nombre de neutrons seran: $A - Z = 18 - 9 = 9$ neutrons

0.2 p El positró és l'antipartícula de l'electró per tant $C = 0$ i $D = 1$
 Com que en la desintegració s'ha de conservar el nombre atòmic i el massic,
 $18 = A + 0 + 0 \Rightarrow A = 18$
 $9 = B + 1 + 0 \Rightarrow B = 8$

El positró i l'electró s'anihilen donant lloc a 2 fotons idèntics que viatjaran en la mateixa direcció i sentit contrari. L'energia dels 2 fotons serà la que emmagatzemava la massa en repòs de les dues partícules que s'anihilen.

0.2 p $E = 2h\nu = 2mc^2 \Rightarrow h\nu = mc^2 \Rightarrow \nu = \frac{mc^2}{h}$

0.4 p $\nu = \frac{9,11 \times 10^{-31} \times (3,00 \times 10^8)^2}{6,63 \times 10^{-34}} = 1,24 \times 10^{20} \text{ Hz}$

b)

0.2 p $N_{\text{final}} = 0,01N_0$

0.2 p $0,01N_0 = N_0 e^{-\lambda t}$

0.4 p
$$\left. \begin{aligned} \ln 0,01 &= -\lambda t \Rightarrow t = -\frac{\ln 0,01}{\lambda} \\ 0,5N_0 &= N_0 e^{-\lambda \cdot 109,77} \Rightarrow \lambda = -\frac{\ln 0,5}{109,77} \end{aligned} \right\} t = 729,30 \text{ min} \approx 12h$$
 0.2 p

OPCIÓ B

P3)

a)

0.5 p $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{0,50}{0,10} = 5,0m$

0.5 p $k = \frac{2\pi}{\lambda} = 0,4 \pi m^{-1}$

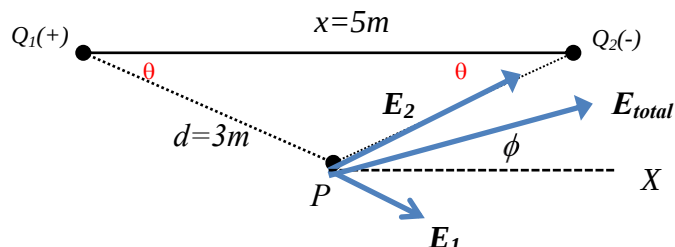
b)

0.2 p $y(x,t) = 3,00m \cdot \sin(kx - \omega t)$
 $\omega = 2\pi f = 2\pi 0,10 = 0,2\pi \text{ rad / s}$

0.8 p $y(x,t) = 3,00m \cdot \sin(0,4\pi x - 0,2\pi t) = 3,00m \cdot \sin[0,2\pi(2x - t)]$

P4)

a) X



0.1 p Esquema , $\cos \theta = \frac{2,50}{3,00}$

$$E = k \frac{Q}{r^2}$$

0.2 p $E_x = E_1 \cos \theta + E_2 \cos \theta$
 $E_y = E_1 \sin \theta - E_2 \sin \theta$

0.2 p $E_x = \frac{2,50}{3,00} \times \frac{8,99 \times 10^9}{9,00} \times 10^{-6} (2,00 + 4,00) = 5000 \text{ N/C}$
 $E_y = \frac{\sqrt{2,75}}{3,00} \times \frac{8,99 \times 10^9}{9,00} \times 10^{-6} (4,00 - 2,00) = 1105 \text{ N/C}$

0.2 p $|\vec{E}_{total}| = \sqrt{5000^2 + 1105^2} = 5120 \text{ N/C}$
 $\phi = \arctan \frac{1105}{5000} = 12,5^\circ \text{ respecte a l'eix X}$ $\left. \begin{array}{l} \vec{E}_{total} = (5000\vec{i} + 1105\vec{j}) \text{ N/C} \end{array} \right\}$

0.1 p $V_T = V_1 + V_2$; $V = k \frac{Q}{r}$

0.2 p $V_T = \frac{8,99 \times 10^9}{3,00} \times 10^{-6} (2,00 - 4,00) = -6000 \text{ V}$

b)

0.4 p Les dues càrregues han de tenir el mateix signe ja sigui + o -
D'aquesta manera, els camps $\vec{E}_1$ i $\vec{E}_2$ en el punt que indica el problema tindran la mateixa direcció i sentits oposats, podent-se anular.

0.4 p $E_1 = E_2$
 $k \frac{Q_1}{r_1^2} = k \frac{Q_2}{(x - r_1)^2}$

0.2 p $\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{(5-1)^2}{1^2} = 16 \Rightarrow Q_2 = 16Q_1$

P5)

a)

0.3 p $E_{1\text{fotó}} = 2,20\text{eV} \times \frac{1,602 \times 10^{-19} \text{ J}}{1\text{eV}} = 3,52 \times 10^{-19} \text{ J}$

0.1 p $E = h\nu = h \frac{c}{\lambda}$

0.6 p $\lambda = \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8}{3,52 \times 10^{-19}} = 5,64 \times 10^{-7} \text{ m} = 564 \text{ nm}$

b)

0.1 p $A = 1,00 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$

0.2 p $P = IA = 1400 \times 10^{-4} = 0,14 \text{ W}$

0.4 p $E = Pt = 0,14 \times 1 = 0,14 \text{ J}$

0.3 p $\text{Nombre de fotons} = \frac{1 \text{ fotó}}{3,52 \times 10^{-19} \text{ J}} \times 0,14 \text{ J} = 3,98 \times 10^{17} \text{ fotons}$