

Proves d'accés a la universitat

Física

Sèrie 5

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les dues opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

PART COMUNA

P1) Orcus (2004 DW), un objecte del Sistema Solar descobert el febrer del 2004, és un dels cossos celestes més grans del cinturó de Kuiper i un dels candidats a ser considerat, en el futur, planeta nan per la Unió Astronòmica Internacional (UAI). Orcus té, aproximadament, una massa de $6,41 \times 10^{20}$ kg, un radi de 459 km i un període orbital de 248 anys.

a) Calculeu la distància mitjana entre Orcus i el Sol en unitats astronòmiques (UA).

[1 punt]

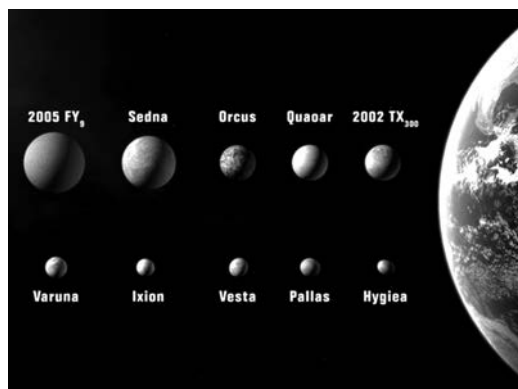
b) Determineu la velocitat d'escapament (deduïu la fórmula tenint en compte l'energia del cos que s'escapa) i la intensitat del camp gravitatori a la seva superfície.

[1 punt]

DADES: Radi orbital mitjà de la Terra = 1,00 UA.

Període orbital de la Terra = 1,00 any.

$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.



P2) L'isòtop ^{99m}Tc , tecneci metaestable, s'utilitza com a radiotracador en medicina, i té un període de semidesintegració de 6 hores, un temps suficient perquè s'acumuli en l'òrgan que es vol estudiar sense que perduri gaire temps en l'organisme. Aquest isòtop és un emissor γ amb una energia d'uns 140 keV, i se'n pot generar una imatge. El tecneci és l'element 43 de la taula periòdica.

a) Escriviu el nombre màssic, el nombre atòmic i el nombre de neutrons que conté aquest isòtop. Escriviu la reacció de desintegració γ que es produeix.

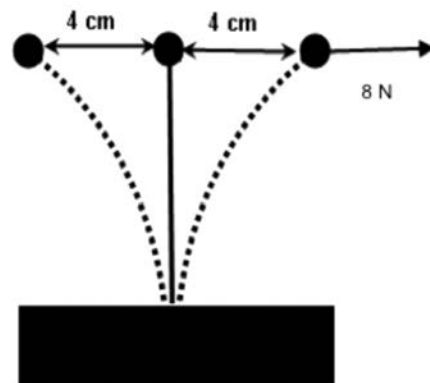
[1 punt]

b) Si un pacient rep una dosi de 2 ng de l'isòtop, quina quantitat romandrà al seu cos passades 24 hores, si suposem que no n'ha eliminat gens per l'orina?

[1 punt]

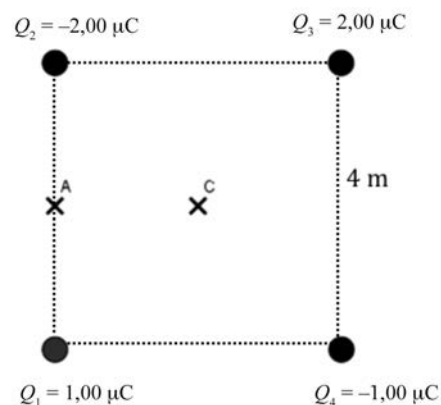
OPCIÓ A

P3) Una massa esfèrica d'acer de 0,300 kg està subjecta a una vareta metàl·lica prima i de massa negligible. Aquesta vareta està clavada verticalment a una massa fixa, de manera que l'extrem on hi ha la massa pot oscil·lar lliurement. Si apliquem una força de 8,00 N sobre l'esfera, aquesta es desplaça 4,0 cm. Supposeu que aquest desplaçament és rectilini i horitzontal, com mostra la figura, i que la força recuperadora de la vareta obeeix la llei de Hooke.



- Calculeu la constant elàstica k . Deduiu, a partir de la segona llei de Newton, la fórmula per a obtenir la freqüència d'oscil·lació i calculeu el període d'oscil·lació.
[1 punt]
- Deduiu, a partir de l'equació del moviment harmònic simple (MHS), la fórmula per a obtenir l'acceleració màxima i calculeu-la en aquest cas.
[1 punt]

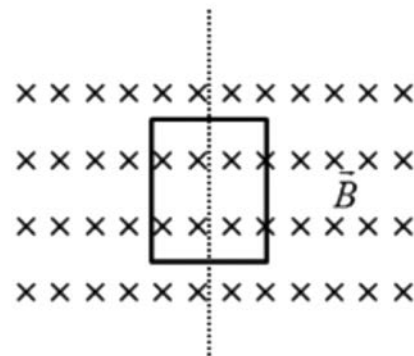
P4) Quatre càrregues estan situades en els vèrtexs d'un quadrat de 4,00 m de costat, tal com s'indica en la figura. Els valors de les càrregues són $Q_1 = 1,00 \mu\text{C}$, $Q_2 = -2,00 \mu\text{C}$, $Q_3 = 2,00 \mu\text{C}$ i $Q_4 = -1,00 \mu\text{C}$. El punt C és a la intersecció de les dues diagonals. El punt A està situat a la meitat del segment que va des de la càrrega Q_1 fins a la càrrega Q_2 .



- Representeu i calculeu el vector camp elèctric en el punt C.
[1 punt]
- Calculeu la diferència de potencial entre els punts A i C.
[1 punt]

DADA: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

P5) Una bobina que està formada per 200 espires quadrades de 4,00 cm de costat es troba en una regió de l'espai on hi ha un camp magnètic uniforme, tal com es veu a la figura, i gira sobre ella mateixa per la línia de punts. El camp magnètic és uniforme i perpendicular a l'eix de gir de la bobina, de valor $1,25 \times 10^{-2} \text{ T}$.



a) Escriviu l'equació de la força electromotriu que es generarà a la bobina quan giri a un ritme constant de 10 voltes cada segon. Considereu que, en el temps inicial igual a zero, els vectors superfície i camp magnètic són paral·lels. Calculeu, per a $t = 1,28 \text{ s}$, el valor de la força electromotriu a la bobina.

[1 punt]

b) Representeu la força electromotriu en funció del temps per a dos períodes sencers i determineu-ne el valor màxim i eficaç que es generarà a la bobina.

[1 punt]

OPCIÓ B

P3) Hem recollit el so produït per un instrument musical i n'hem obtingut l'espectre representat en la figura. Els pics que hi apareixen corresponen als diferents harmònics del so produït i s'han etiquetat amb lletres de la A a la H. El pic B correspon a una freqüència de 880 Hz.

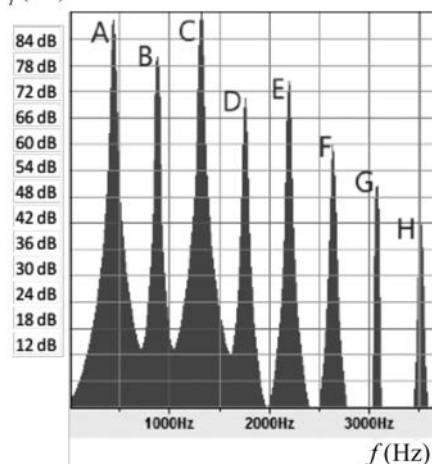
a) Diguen si el so produït per l'instrument musical és un to pur o bé és un so complex i justifiqueu la resposta. Indiqueu quin és el pic que correspon a la freqüència fonamental i quina és aquesta freqüència. Indiqueu també a quina freqüència s'espera trobar el pic següent (pic I), que no ha cabut a la figura.

[1 punt]

b) El pic amb més nivell d'intensitat (pic C) arriba a 87 dB, mentre que el pic F arriba a 60 dB. Quantes vegades és més gran la intensitat sonora corresponent al pic C que la del pic F?

[1 punt]

$L_f \text{ (dB)}$



P4) Un electró és projectat a l'interior d'un camp elèctric uniforme $\vec{E} = (-2\,000\text{ N C}^{-1})\vec{j}$ amb una velocitat inicial $\vec{v}_0 = (10^6\text{ m s}^{-1})\vec{i}$ perpendicular al camp.

a) Compareu (digueu quantes vegades és més gran) la força gravitatòria de l'electró amb la força elèctrica exercida sobre aquest electró.

[1 punt]

b) Quant s'haurà desviat verticalment l'electró quan hagi recorregut 1,0 cm en la direcció x ?

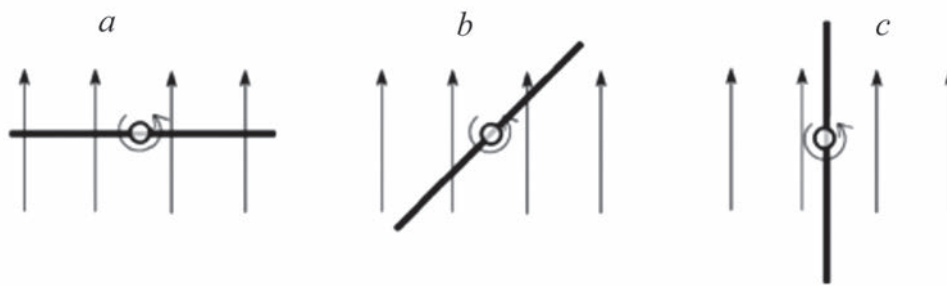
[1 punt]

DADES: Càrrega de l'electró, $q_e = 1,60 \times 10^{-19}\text{ C}$.

Massa de l'electró, $m_e = 9,10 \times 10^{-31}\text{ kg}$.

$g = 9,81\text{ m s}^{-2}$.

P5) Un generador molt simplificat consta d'una espira circular de 5,00 cm de radi, situada en un lloc on el camp magnètic és de 60 mT, que gira al voltant del seu eix a 300 revolucions per minut. La figura mostra una vista de la situació en cadascun dels tres moments a , b i c . L'espira ha girat 45° entre cada situació i la següent.



a) Calculeu el flux magnètic en les situacions a , b i c .

[1 punt]

b) En quin dels tres instants la força electromotriu induïda en l'espira és zero? Calculeu la força electromotriu induïda en l'espira en cadascun dels altres dos instants.

[1 punt]

SÈRIE 5

Criteris generals d'avaluació i qualificació

10. Les respostes s'han d'ajustar a l'enunciat de la pregunta. Es valorarà sobretot que l'alumnat mostri que té clars els conceptes de caràcter físic sobre els quals tracta cada pregunta.
11. Es tindrà en compte la claredat en l'exposició dels conceptes, dels processos, dels passos a seguir, de les hipòtesis, l'ordre lògic, l'ús correcte dels termes científics i la contextualització segons l'enunciat.
12. En les respostes cal que l'alumnat mostri una adequada capacitat de comprensió de les qüestions plantejades i organitzi de forma lògica la resposta, tot analitzant i utilitzant les variables en joc. També es valorarà el grau de pertinença de la resposta, el que l'alumnat diu i les mancances manifestes sobre el tema en qüestió.
13. Totes les respostes s'han de raonar i justificar. Un resultat erroni amb un raonament correcte es valorarà. Una resposta correcta sense raonament ni justificació pot ser valorada amb un 0, si el corrector no és capaç de veure d'on ha sortit el resultat.
14. Tingueu en compte que un error no s'ha de penalitzar dues vegades en el mateix problema. Si un apartat necessita un resultat anterior, i aquest és erroni, cal valorar la resposta independentment del seu valor numèric, i tenir en compte el procediment de resolució.
15. Si l'alumne ha resolt un problema per un altre procediment vàlid diferent del descrit en aquestes pautes, la resolució es considera vàlida.
16. Els errors d'unitats o el fet de no posar-les restaran el 20 % de la puntuació d'aquest apartat. Exemple: Si un apartat val 1 punt i s'ha equivocat en les unitats li haurem de puntuar 0,8 punts.
17. Cal resoldre els exercicis fins al resultat final i no es poden deixar indicades les operacions. Tanmateix, els errors en el càlcul restaran el 20% de la puntuació d'aquest apartat. Exemple: Si un apartat val 1 punt i s'ha equivocat en les càlculs li haurem de puntuar 0,8 punts.
18. Cal fer la substitució numèrica a les expressions que s'usen per resoldre les preguntes.

PART COMUNA

P1)

a)

$$0.5 \text{ p} \quad \frac{r_{Terra}^3}{T_{Terra}^2} = \frac{r_{Orcus}^3}{T_{Orcus}^2}$$

$$0.5 \text{ p} \quad r_{Orcus} = \left(\frac{1^3 \cdot 248^2}{1^2} \right)^{1/3} = 39,5UA$$

b)

$$0.3 \text{ p} \quad E = K + U = \frac{1}{2}mv_e^2 - G \frac{M_{Orcus}m}{R_{Orcus}} = 0$$

$$\frac{1}{2}mv_e^2 = G \frac{M_{Orcus}m}{R_{Orcus}} \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2GM_{Orcus}}{R_{Orcus}}}$$

$$0.3 \text{ p} \quad v_e = \sqrt{\frac{2 \times 6,67 \times 10^{-11} \times 6,41 \times 10^{20}}{459 \times 10^3}} = 4,32 \times 10^2 ms^{-1}$$

$$0.4 \text{ p} \quad |\vec{g}| = G \frac{M_{Orcus}}{R_{Orcus}^2} = \frac{6,67 \times 10^{-11} \cdot 6,41 \times 10^{20}}{(459 \times 10^3)^2} = 0,203 ms^{-2}$$

Direcció radial, sentit centre del planeta

P2)

a)

0,2 p Nombre màssic = $A = 99$ **0,2 p** Nombre atòmic = Protons = $Z = 43$ **0,2 p** Neutrons = $N = A - Z = 56$ **0,4 p** ${}^{99}_{43}\text{Tc}^* \rightarrow {}^{99}_{43}\text{Tc} + \gamma$

b)

0,3 p $m = m_0 e^{-kt}$ **0,3 p** $\frac{m_0}{2} = m_0 e^{-kt_{1/2}} \rightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -kt_{1/2} \rightarrow k = \frac{\ln 2}{6} = 0,116h^{-1}$ **0,4 p** $m = 2 \cdot \underbrace{e^{-\left(\frac{\ln 2}{6}\right) \cdot 24}}_{0,0625} = 0,125ng$

També es pot fer argumentant que per cada període de semidesintegració la mostra queda reduïda a la meitat. Com que passen 4 períodes la mostra queda reduïda a la setzena part. $m = \frac{m_0}{16} = 0,125ng$

OPCIÓ A

P3)

a)

0.2 p $F = -k\Delta x$

0,1 p $k = \frac{8}{4 \times 10^{-2}} = 200 \text{ Nm}^{-1}$

0.1 p $F = ma$

0.1 p $-kx = ma$

0.2 p $-kx = m\omega^2 x \rightarrow k = m\omega^2 \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

0.3 p $\left. \begin{array}{l} \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \\ T = \frac{2\pi}{\omega} \end{array} \right\} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,3}{200}} = 0,24 \text{ s}$

b)

0.2 p $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$

0.2 p $v(t) = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0)$

0.2 p $a(t) = \frac{dv}{dt} = -\underbrace{A\omega^2}_{a_{\max}} \cos(\omega t + \varphi_0) \rightarrow a(t) = -\omega^2 x(t); a_{\max} = A\omega^2$

0.4 p $a_{\max} = A\omega^2 = 4 \times 10^{-2} \frac{200}{0,3} = 26,7 \text{ ms}^{-2}$

P4)

a)

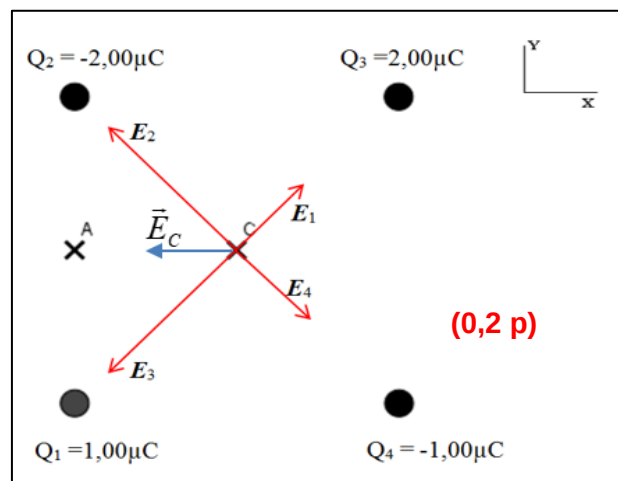
Els components verticals s'anul·len per simetria

$$0,2 \text{ p } E_{1x} = E_{4x} = 8,99 \times 10^9 \cdot \frac{10^{-6}}{8} \frac{\sqrt{2}}{2} = 794,6 \text{ N/C}$$

$$0,2 \text{ p } E_{2x} = E_{3x} = 8,99 \times 10^9 \cdot \frac{2 \times 10^{-6}}{8} \frac{\sqrt{2}}{2} = 1589,2 \text{ N/C}$$

$$0,2 \text{ p } E_C = 2 \cdot 794,6 - 2 \cdot 1589,2 = -1589,2 \text{ N/C}$$

$$0,2 \text{ p } \vec{E}_C = -1589,2 \vec{i} \text{ N/C}$$



b)

$$0,4 \text{ p } V_C = 0$$

$$V_A = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$

$$0,4 \text{ p } V_A = 8,99 \times 10^9 \left(\frac{10^{-6}}{2} - \frac{2 \times 10^{-6}}{2} + \frac{2 \times 10^{-6}}{\sqrt{20}} - \frac{10^{-6}}{\sqrt{20}} \right) = -2,48 \times 10^3 \text{ V}$$

$$0,2 \text{ p } V_A - V_C = -2,48 \times 10^3 \text{ V}$$

P5)

a)

$$0,2 \text{ p } \phi = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

$$\phi = BA \cos \theta = BA \cos(\omega t)$$

$$0,2 \text{ p } \omega = 2\pi \text{ rad}$$

$$0,2 \text{ p } \varepsilon = -N \frac{d\phi}{dt} = NBA \omega \sin(\omega t)$$

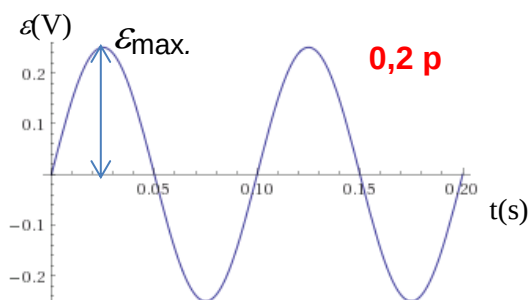
$$0,2 \text{ p } \varepsilon = 200 \times 1,25 \times 10^{-2} \times 16 \times 10^{-4} \times 20\pi \times \sin(20\pi t) = 0,251 \text{ V} \sin(20\pi t)$$

$$0,2 \text{ p } \varepsilon(t = 1,28 \text{ s}) = 0,247 \text{ V}$$

b)

$$0,4 \text{ p } \varepsilon_{\max} = 0,251 \text{ V}$$

$$0,4 \text{ p } \varepsilon_{\text{ef}} = \frac{\varepsilon_{\max}}{\sqrt{2}} = 0,177 \text{ V}$$



OPCIÓ B

P3

a)

0.3 p Es un so complex ja que l'espectre mostra que esta format per la superposició de sons de moltes freqüències diferents.

0.4 p El pic que correspon a la freqüència fonamental es el **pic A** , que deu tenir una freqüència, comparant-lo amb el pic B que es el segon harmònic, de $\frac{880}{2} = 440$ Hz.

0.3 p Els diferents pics tenen freqüències $f_n = n \cdot f_0 = n \cdot 440 \text{ s}^{-1}$. El pic I seria el 9è, així que $f_9 = 9 \cdot 440 = 3960 \text{ Hz}$.

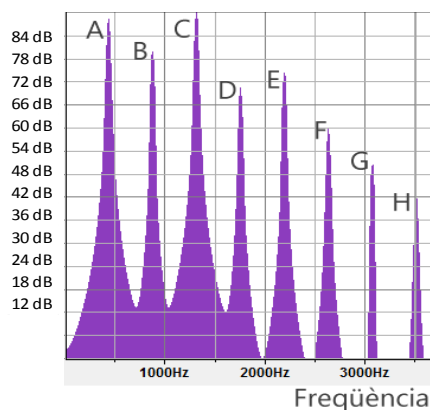
b)

0.2 p $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$

0.2 p $I = I_0 10^{\frac{L}{10}}$

0.4 p

$$\left. \begin{array}{l} I_C = I_0 \cdot 10^{8,7} \\ I_F = I_0 \cdot 10^6 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{I_C}{I_F} = \frac{I_0 \cdot 10^{8,7}}{I_0 \cdot 10^6} = 501,2 \approx 500$$

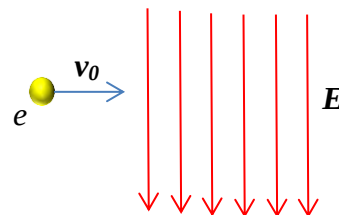


0.2 p El pic C te una intensitat sonora aproximadament 500 vegades major que el pic F.

P4)

a)

$$0.4 \text{ p} \quad \frac{F_e}{F_g} = \frac{eE}{mg}$$



$$0.4 \text{ p} \quad \frac{F_e}{F_g} = \frac{1,60 \times 10^{-19} \times 2000}{9,10 \times 10^{-31} \times 9,80} = 3,6 \times 10^{13}$$

0.2 p La força elèctrica és $3,6 \times 10^{13}$ vegades més gran que la força gravitatòria.

b)

L'electró trigarà un temps per a recórrer la distància de 1 cm en la direcció x:

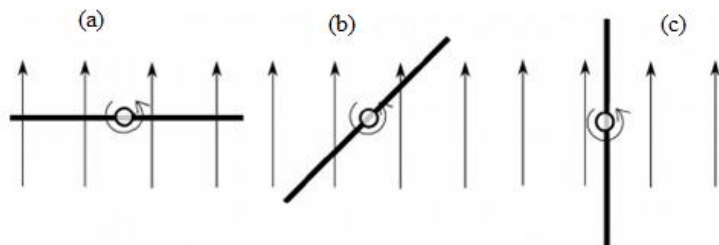
$$0.4 \text{ p} \quad t = \frac{x}{v_0} = \frac{10^{-2}}{10^6} = 10^{-8} \text{ s}$$

En aquest temps, l'electró és desviat cap amunt, una distància "y" antiparal·lela al camp elèctric:

$$0.3 \text{ p} \quad F_e = eE = ma_y \Rightarrow a_y = \frac{eE}{m} = 3,52 \times 10^{14} \text{ ms}^{-2}$$

$$0.3 \text{ p} \quad y = \frac{1}{2} a t^2 = 1,76 \times 10^{-2} \text{ m} = 1,76 \text{ cm}$$

P5)



a)

0,2 p $\phi = BA \cos \theta$

0,2 p $A = \pi R^2 = \pi \times (0,05)^2 = 7,85 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

0,2 p $\phi_a = 60 \times 10^{-3} \times 7,85 \times 10^{-3} \times \cos 0^\circ = 4,71 \times 10^{-4} \text{ Wb}$

0,2 p $\phi_b = 60 \times 10^{-3} \times 7,85 \times 10^{-3} \times \cos 45^\circ = 3,33 \times 10^{-4} \text{ Wb}$

0,2 p $\phi_c = 60 \times 10^{-3} \times 7,85 \times 10^{-3} \times \cos 90^\circ = 0$

b)

0,2 p $\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = NBA\omega \sin \theta$

0,2 p (a) $\rightarrow$ l'angle entre $\vec{B}$ i $\vec{A}$ és $0 \Rightarrow \sin 0^\circ = 0 \Rightarrow \varepsilon_a = 0$

En (b) i (c) l'angle entre $\vec{B}$ i $\vec{A}$ és $\neq 0 \Rightarrow \varepsilon_b \neq 0$ i $\varepsilon_c \neq 0$

0,2 p $\omega = 300 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 10\pi \text{ rad s}^{-1}$

0,2 p $\varepsilon_b = 60 \times 10^{-3} \times 7,85 \times 10^{-3} \times 10\pi \times \sin 45^\circ = 0,0105 \text{ V}$

0,2 p $\varepsilon_c = 60 \times 10^{-3} \times 7,85 \times 10^{-3} \times 10\pi \times \sin 90^\circ = 0,0148 \text{ V}$