

Física

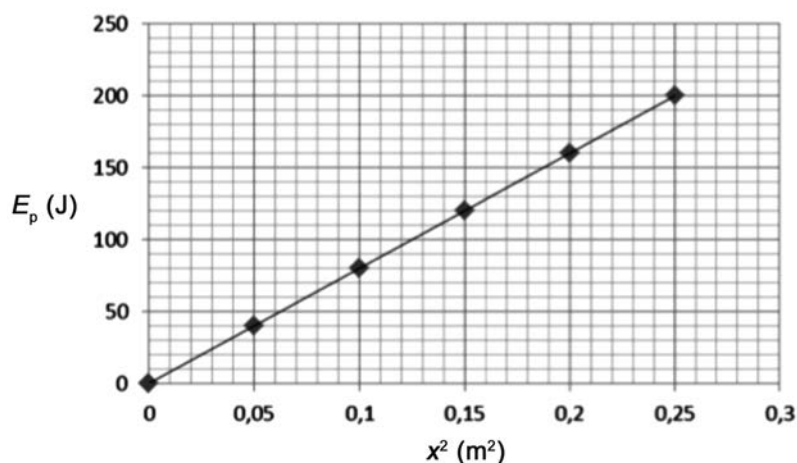
Sèrie 5

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les dues opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

PART COMUNA

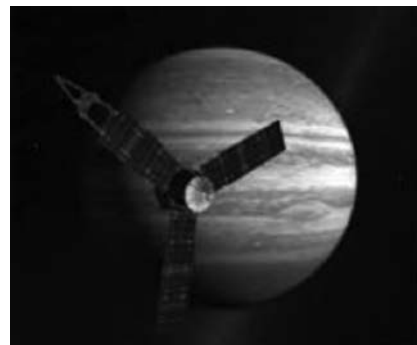
- P1) La gràfica següent mostra l'energia potencial elàstica d'un oscil·lador harmònic en funció del quadrat de la seva elongació.



L'oscil·lador té una massa de 62,5 g.

- a) Calculeu el període d'oscil·lació. Si l'oscil·lador descriu un moviment vibratori harmònic amb una amplitud de 60 cm, calculeu-ne l'energia cinètica màxima.
[1 punt]
- b) L'oscil·lació genera una ona en una corda que es propaga a una velocitat de 30 m s^{-1} . Escriviu l'equació de l'ona que es propaga per la corda.
[1 punt]

P2) La sonda *Juno* descriu una òrbita polar al voltant del planeta Júpiter des del dia 5 de juliol de 2016. La seva missió és estudiar l'atmosfera, l'origen i l'estructura de Júpiter, així com la seva evolució dins del Sistema Solar. Supposeu que l'òrbita és circular i que l'altura de l'òrbita sobre el planeta és de 4 300 km.



a) Calculeu l'energia cinètica de *Juno* i el seu període de rotació.

[1 punt]

b) Calculeu l'energia que caldria comunicar-li perquè abandonés el camp gravitatori de Júpiter.

[1 punt]

DADES: Massa de Júpiter, $M_J = 1,90 \times 10^{27} \text{ kg}$.

Radi de Júpiter, $R_J = 69\,911 \text{ km}$.

Massa de la sonda *Juno*, $m_{\text{Juno}} = 3\,625 \text{ kg}$.

$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

OPCIÓ A

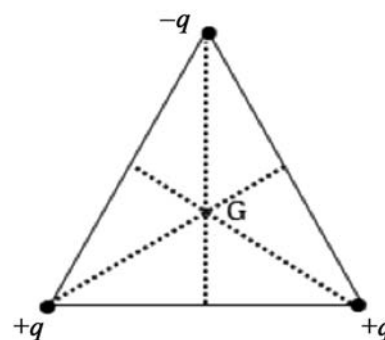
P3) Tres càrregues elèctriques puntuals, de valor $q = 1,0 \text{ nC}$, es troben situades en els vèrtexs d'un triangle equilàter de 10,0 cm de costat. Dues d'aquestes càrregues són positives, mentre que la tercera és negativa.

a) Calculeu la intensitat del camp elèctric en el baricentre del triangle (punt G).

[1 punt]

b) Calculeu la variació d'energia potencial electroestàtica que experimenta el sistema si les càrregues se separen fins a formar un altre triangle equilàter de 20,0 cm de costat. Digueu si l'energia potencial electroestàtica augmenta o disminueix i justifiqueu la resposta.

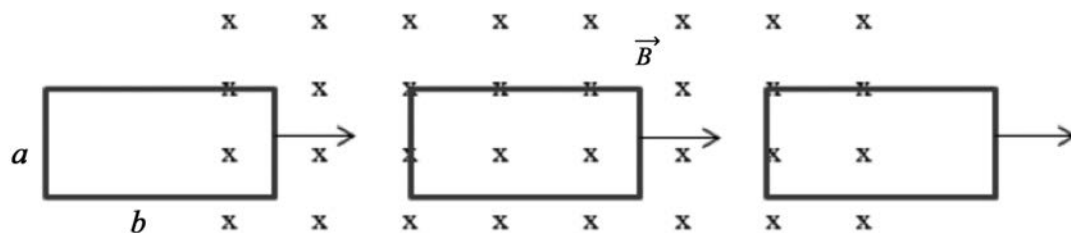
[1 punt]



DADA: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

NOTA: El baricentre d'un triangle és el punt d'intersecció de les mitjanes (línies que uneixen cada vèrtex amb el punt mitjà del costat oposat).

- P4) Introduïm una espira metàl·lica rectangular de $5\ \Omega$ de resistència elèctrica en una regió de l'espai delimitada per un camp magnètic uniforme de $0,2\ \text{T}$ perpendicular a la superfície de l'espira. Les dimensions de l'espira són $a = 3\ \text{cm}$ i $b = 6\ \text{cm}$, i es mou a una velocitat de $2\ \text{m s}^{-1}$.



- Digueu si circula corrent elèctric per l'espira en les tres situacions següents: en entrar al camp, quan hi està totalment immersa i en sortir-ne, i determineu en cada cas el sentit de circulació de la intensitat corresponent. Justifiqueu les respostes.
[1 punt]
 - Calculeu la força electromotriu i la intensitat del corrent elèctric que es genera en cada cas.
[1 punt]
- P5) El telescopi MAGIC (de l'anglès *Major Atmospheric Gamma-ray Imaging Cherenkov Telescope*, és a dir, 'telescopi de raigs gamma per emissió de radiació de Txerenkov a l'atmosfera') és a l'Observatori del Roque de los Muchachos a La Palma, Illes Canàries. L'objectiu del telescopi és estudiar els raigs còsmics de molt alta energia, els quals, en interaccionar amb els gasos atmosfèrics, provoquen una cascada de raigs gamma de $10\ \text{GeV}$.
- Calculeu la freqüència i la longitud d'ona d'aquests raigs.
[1 punt]
 - Trobeu la massa equivalent d'aquests fotons.
[1 punt]
- DADES: Velocitat de la llum, $c = 3,00 \times 10^8\ \text{m s}^{-1}$.
 $1\ \text{eV} = 1,60 \times 10^{-19}\ \text{J}$.
Constant de Planck, $h = 6,63 \times 10^{-34}\ \text{J s}$.

OPCIÓ B

- P3) Unes quantes gotes petites d'oli adquireixen una càrrega negativa mentre cauen a velocitat constant a través del buit entre dues plaques horitzontals separades per una distància de $2,00\ \text{cm}$. Entre aquestes plaques hi ha un camp elèctric uniforme, de mòdul $5,92 \times 10^4\ \text{N C}^{-1}$.
- Dibuixeu un esquema de la situació descrita i representeu-hi les plaques esmentades, especificant el signe de cadascuna, i els camps vectorials (gravitatori i elèctric). Calculeu la diferència de potencial entre les plaques.
[1 punt]
 - Dibuixeu les forces que actuen sobre una gota de massa $2,93\ \text{pg}$, si la gota té una càrrega tal que fa que estigui suspesa en equilibri dins del camp elèctric esmentat. Calculeu el valor d'aquesta càrrega.
[1 punt]
- DADA: $g = 9,81\ \text{m s}^{-2}$.

- P4)** En un transformador que consta de dues bobines, la bobina primària té N_p espires i la secundària té N_s espires.
- a)** Deduïu, a partir de la conservació del flux magnètic, la fórmula per a obtenir la tensió del circuit secundari quan connectem la bobina primària d'un transformador a una tensió alterna ε .
- Si $N_p = 1\,200$ espires i $N_s = 300$ espires, calculeu la tensió eficaç a la bobina secundària quan connectem la bobina primària a una tensió eficaç de 230 V.
- [1 punt]
- b)** Calculeu la intensitat eficaç en el circuit primari si pel circuit secundari circulen 2,0 A d'intensitat eficaç. Feu un esquema i indiqueu-hi cada element del transformador, sabent que les dues bobines estan enrotllades sobre un nucli de ferro comú.
- [1 punt]

NOTA: Considereu un transformador ideal.

- P5)** La reacció de fusió més simple és la fusió d'un protó amb un neutró. El resultat d'aquesta fusió és la formació d'un determinat isòtop de l'hidrogen i d'un fotó.
- a)** Quin isòtop es forma? Escriviu l'equació nuclear que correspon a aquest procés.
- [1 punt]
- b)** Determineu l'energia del fotó en joules (J) i en electró-volts (eV). Calculeu la freqüència d'aquest fotó.
- [1 punt]

DADES: Isòtops de l'hidrogen: ^1_1H , ^2_1H , ^3_1H .
 Velocitat de la llum, $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$.
 Constant de Planck, $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J s}$.
 $1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$.
 Masses en repòs:

^1_1H (protó)	^1_0n (neutró)	^2_1H (deuteri)	^3_1H (triti)
$1,672\,62 \times 10^{-27} \text{ kg}$	$1,674\,92 \times 10^{-27} \text{ kg}$	$3,343\,58 \times 10^{-27} \text{ kg}$	$5,007\,36 \times 10^{-27} \text{ kg}$



Institut
d'Estudis
Catalans



SÈRIE 5

Criteris generals d'avaluació i qualificació

1. Les respostes s'han d'ajustar a l'enunciat de la pregunta. Es valorarà sobretot que l'alumnat mostri que té clars els conceptes de caràcter físic sobre els quals tracta cada pregunta.
2. Es tindrà en compte la claredat en l'exposició dels conceptes, dels processos, dels passos a seguir, de les hipòtesis, l'ordre lògic, l'ús correcte dels termes científics i la contextualització segons l'enunciat.
3. En les respostes cal que l'alumnat mostri una adequada capacitat de comprensió de les qüestions plantejades i organitzi de forma lògica la resposta, tot analitzant i utilitzant les variables en joc. També es valorarà el grau de pertinença de la resposta, el que l'alumnat diu i les mancances manifestes sobre el tema en qüestió.
4. Totes les respostes s'han de raonar i justificar. Un resultat erroni amb un raonament correcte es valorarà. Una resposta correcta sense raonament ni justificació pot ser valorada amb un 0, si el corrector no és capaç de veure d'on ha sortit el resultat.
5. Tingueu en compte que un error no s'ha de penalitzar dues vegades en el mateix problema. Si un apartat necessita un resultat anterior, i aquest és erroni, cal valorar la resposta independentment del seu valor numèric, i tenir en compte el procediment de resolució.
6. Si l'alumne ha resolt un problema per un altre procediment vàlid diferent del descrit en aquestes pautes, la resolució es considera vàlida.
7. Els errors d'unitats o el fet de no posar-les restaran el 20% de la puntuació d'aquest apartat. Exemple: si l'apartat (a) val 1 punt i s'ha equivocat en les unitats l'haurem de puntuar amb 0,8 punts.
8. Cal resoldre els exercicis fins al resultat final i no es poden deixar indicades les operacions. Tanmateix, els errors en el càlcul restaran el 20% de la puntuació d'aquest apartat. Exemple: si l'apartat (a) val 1 punt i s'ha equivocat en les càlculs l'haurem de puntuar amb 0,8 punts.
9. Cal fer la substitució numèrica en les expressions que s'utilitzen per resoldre les preguntes.
10. Un resultat amb un nombre molt elevat de xifres significatives (6 xifres significatives) es penalitzarà amb 0,1p.



PART COMUNA

P1)

a)

$$U = \frac{1}{2} k x^2$$

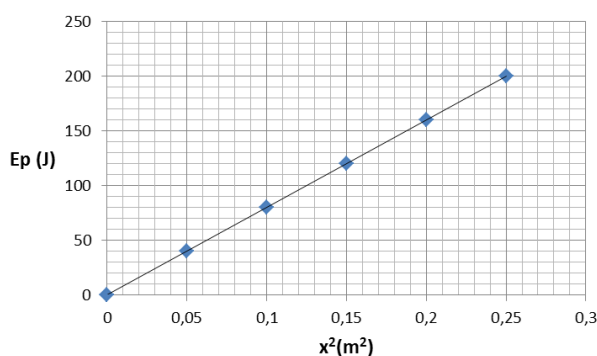
0,2 p El pendent de la recta equival a $\frac{1}{2} k$

$$Pendent = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta U}{\Delta x^2} = \frac{200}{0,25} = 800 \text{ J/m}^2$$

0,2 p $Pendent = \frac{1}{2} k \Rightarrow k = 2 \times pendent = 1600 \text{ N/m}$

$$\textbf{0,2 p } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{0,0625}{1600}} = 0,039 \text{ s}$$



0,4 p $E_{c,màx} = E = \frac{1}{2} k A^2$

$$E_{c,màx} = \frac{1}{2} 1600 \cdot (0,6)^2 = 288 \text{ J}$$

b)

0,4 p $\lambda = vT = 30 \times 0,039 = 1,1781 \text{ m}$

$$\kappa = \frac{2\pi}{\lambda} = 5,33 \text{ m}^{-1}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} = 160 \text{ rad/s}$$

0,2 p $y(x, t) = A \sin(\omega t - \kappa x)$

(també és vàlida l'expressió amb el cosinus i expressions equivalents de l'equació d'ona en funció de T, λ , ...)

0,4 p $y(x, t) = 0,6 \sin(160 t - 5,33 x)$, x en m i t en s.



P2)

a)

$$\left. \begin{array}{l} F_g = ma_c \\ G \frac{M_J m_{\text{sonda}}}{r^2} = m_{\text{sonda}} \frac{v^2}{r} \\ E_c = \frac{1}{2} m_{\text{sonda}} v^2 \\ r = R_{\text{Jupiter}} + h \end{array} \right\} \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} G \frac{M_J m_{\text{sonda}}}{r} \quad \mathbf{0,2 p}$$

0,1 p $r = 69911 + 4300 = 74\,211 \text{ km} = 7,42 \times 10^7 \text{ m}$

0,3 p $E_c = \frac{1}{2} G \frac{M_J m_{\text{sonda}}}{r} = 3,10 \times 10^{12} \text{ J}$

El valor de la velocitat de Juno en la seva òrbita és:

0,2 p $v = \sqrt{\frac{2E_c}{m_{\text{sonda}}}} = 4,13 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$

0,2 p $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 7,4211 \times 10^7}{4,132 \times 10^4} = 11300 \text{ s}$

b)

0,4 p $E_{\text{òrbita}} + E_{\text{a comunicar}} = 0$

0,6 p $E_{\text{a comunicar}} = G \frac{M_J m_{\text{sonda}}}{2r} = 3,10 \times 10^{12} \text{ J}$

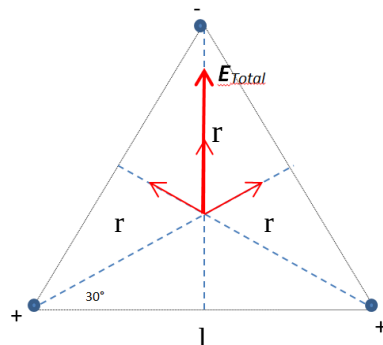


OPCIÓ A

P3)

a)

0,2 p (Esquema)



0,1 p Per simetria s'anul·len les components horitzontals. Només hi ha camp en la direcció vertical i cap amunt.

0,3 p $E = k \frac{q}{r^2}$

$$E_{\text{Total}} = E + 2E \sin 30^\circ = E(1 + 2 \sin 30^\circ)$$

$$\cos 30^\circ = \frac{l/2}{r} \Rightarrow r = \frac{l/2}{\cos 30^\circ} = \frac{0,05}{\sqrt{3}/2} = 0,0577 \text{ m}$$

$$E_{\text{Total}} = k \frac{q}{r^2} + 2k \frac{q}{r^2} \frac{1}{2} = 2k \frac{q}{r^2}$$

0,4 p $E_{\text{Total}} = 2 \times 8,99 \times 10^9 \frac{10^{-9}}{0,0577^2} = 5400 \text{ N/C}$

b)

0,6 p

$$U_{\text{inicial}} = k \frac{q^2}{l_{\text{in}}} - k \frac{q^2}{l_{\text{in}}} - k \frac{q^2}{l_{\text{in}}} \Rightarrow U_{\text{inicial}} = -k \frac{q^2}{l_{\text{in}}} = -8,99 \times 10^{-8} \text{ J}$$

$$l_{\text{in}} = 0,10 \text{ m}$$

$$U_{\text{final}} = k \frac{q^2}{l_{\text{fin}}} - k \frac{q^2}{l_{\text{fin}}} - k \frac{q^2}{l_{\text{fin}}} \Rightarrow U_{\text{final}} = -k \frac{q^2}{l_{\text{fin}}} = -4,50 \times 10^{-8} \text{ J}$$

$$l_{\text{fin}} = 0,20 \text{ m}$$

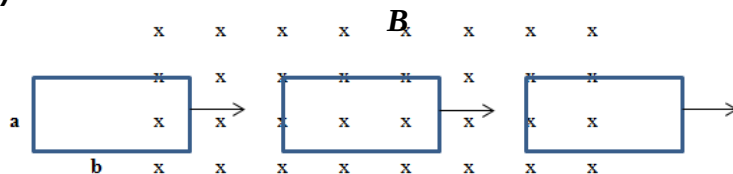
0,4 p $\Delta U = U_{\text{final}} - U_{\text{inicial}} = 4,50 \times 10^{-8} \text{ J}$

L'energia augmenta



P4)

a)



Només s'induirà corrent si es produeix una variació de flux magnètic a través de la superfície de l'espira **(0,2 p)**.

La variació de flux es produirà en entrar i en sortir l'espira del camp magnètic. **(0,2 p)**. D'acord amb la Llei de Lenz, el sentit del corrent serà tal que originaria un camp magnètic que s'oposarà a la variació de flux magnètic **(0,2 p)**, de manera que:

- A l'entrar l'espira, el sentit de circulació del corrent serà antihorari **(0,2 p)**.
- En sortir del camp magnètic el sentit del corrent serà horari **(0,2 p)**.

b)

0,3 p $\varepsilon = \left| \frac{d\varphi}{dt} \right| = \frac{Bds}{dt} = Ba \frac{dx}{dt} = Bav$ (en entrar i en sortir del camp)

0,3 p $\varepsilon = 0,2 \cdot 0,03 \cdot 2 = 0,012 \text{ V}$

0,4 p $I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{0,012}{5} = 2,4 \times 10^{-3} \text{ A}$ (en entrar i en sortir del camp)

P5)

a)

0,4 p $E = 10 \text{ GeV} \cdot \frac{10^9 \text{ eV}}{1 \text{ GeV}} \cdot \frac{1,602 \times 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 1,60 \times 10^{-9} \text{ J}$

0,2 p $E = hf \Rightarrow f = \frac{E}{h} = \frac{1,602 \times 10^{-9}}{6,63 \times 10^{-34}} = 2,42 \times 10^{24} \text{ Hz}$

0,4 p $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3,00 \times 10^8}{2,416 \times 10^{24}} = 1,24 \times 10^{-16} \text{ m}$

b)

0,4 p $E = mc^2 \Rightarrow m = \frac{E}{c^2}$

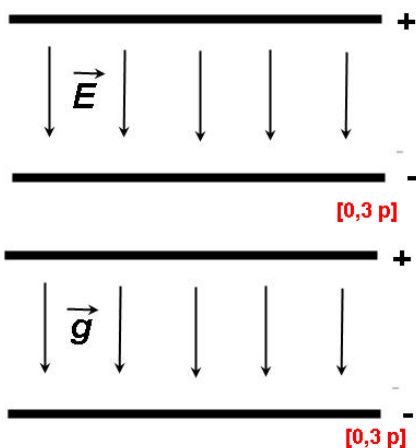
0,6 p $m = \frac{1,602 \times 10^{-9}}{9,00 \times 10^{16}} = 1,78 \times 10^{-26} \text{ kg}$



OPCIO B

P3)

a)



0,4 p $\Delta V = Ed = 5,92 \times 10^4 \cdot 2 \times 10^{-2} = 1180 \text{ V}$

b)

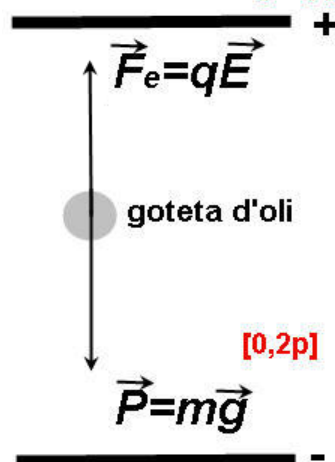
0,3 p $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$

0,1 p $\vec{F} - \vec{P} = 0$
 $qE = mg$

0,2 p $q = \frac{mg}{E} = \frac{2,93 \times 10^{-15} \cdot 9,80}{5,92 \times 10^4} = 4,85 \times 10^{-19} \text{ C}$

Com la q de les gotetes és negativa,

$\vec{F}_e$ i $\vec{E}$ tenen sentits oposats **[0,2p]**





P4)

a)

0,4 p
$$\left. \begin{aligned} V_P &= -N_P \frac{d\phi}{dt}, & -\frac{d\phi}{dt} &= \frac{V_P}{N_P} \\ V_S &= -N_S \frac{d\phi}{dt}, & -\frac{d\phi}{dt} &= \frac{V_S}{N_S} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V_P}{N_P} = \frac{V_S}{N_S}$$

0,1 p
$$V_S = \frac{N_S}{N_P} V_P = \frac{N_S}{N_P} \mathcal{E}$$

0,5 p
$$V_S = \frac{300}{1200} 230 = 57,5 \text{ V}$$

b)

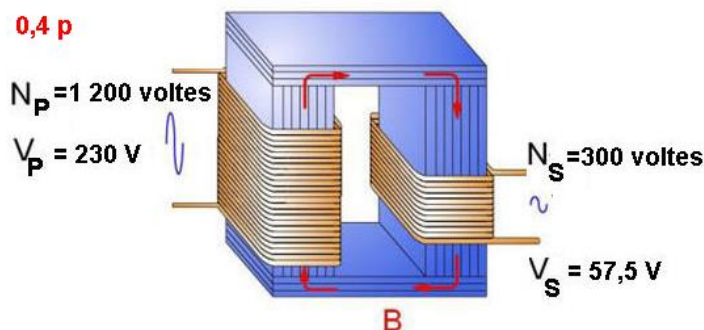
0,2 p
$$P_P = P_S$$

0,2 p
$$I_P V_P = I_S V_S$$

0,1 p
$$I_P 230 = 2 \cdot 57,5$$

0,1 p
$$I_P = 0,5 \text{ A}$$

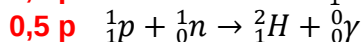
0,4 p



P5)

a)

0,5 p Es forma deuteri ${}^2_1\text{H}$



b)

0,2 p L'energia del fotó serà igual a la disminució de la massa per la velocitat de la llum al quadrat.

$$E = \Delta mc^2$$

0,2 p
$$\Delta m = [m({}^1_1\text{p}) + m({}^1_0\text{n})] - m({}^2_1\text{H})$$

0,1 p
$$\Delta m = 3,96 \times 10^{-30} \text{ kg}$$

0,1 p
$$E = \Delta mc^2 = 3,96 \times 10^{-30} \times (3,00 \times 10^8)^2 = 3,564 \times 10^{-13} \text{ J}$$

0,1 p
$$E = 3,564 \times 10^{-13} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,602 \times 10^{-19} \text{ J}} = 2,22 \times 10^6 \text{ eV}$$

0,3 p
$$f = \frac{E}{h} = \frac{3,564 \times 10^{-13}}{6,63 \times 10^{-34}} = 5,38 \times 10^{20} \text{ Hz}$$